



Congreso Internacional de Educaciones, Pedagogías y Didácticas

Pedagogías críticas latinoamericanas

Experiencias de maestras y maestros

Tunja - Boyacá

2020

Del 6 al 9 de octubre

APRENDIZAJE DE SIMETRÍA Y TESELADOS A TRAVÉS DEL ARTE EN LA EDUCACIÓN BÁSICA

Autores:

Rojas Rodríguez, Yerson Eulises

Institución Educativa Técnica "Tomás Vásquez Rodríguez" de Paipa Boyacá.

Correo electrónico: Wylmer.lavacude@uptc.edu.co

Eje temático: Educación Matemática

Resumen: La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el nivel de educación básica promueve en el estudiante la interpretación y la explicación de la realidad física y social del entorno. En el caso del pensamiento espacial, es necesario considerar que para lograr su aprendizaje significativo es necesario reconocer el espacio y caracterizar las figuras bidimensionales y tridimensionales que se pueden encontrar en el medio. Además, es conveniente resaltar que los estudiantes de educación ocupan la mayor parte del tiempo en el desarrollo del pensamiento numérico, en el reconocimiento de cantidades y la aplicación de algoritmos.

El proyecto de investigación establece estrategias de enseñanza y aprendizaje de tipo colaborativo a través de la creación de nuevos espacios que apartan al estudiante del aula tradicional en un club de matemáticas, con la adopción de la resolución de problemas, enfatizando los sistemas y las estructuras geométricas subyacentes en el arte, que promueve el desarrollo de competencias cognitivas, metacognitivas y socioemocionales, pues busca orientar a los estudiantes en la activación del pensamiento espacial a través del uso de diversos materiales, técnicas para desarrollar la creatividad y la aplicación de ambientes virtuales del

aprendizaje, y de esta manera, lograr el desarrollo efectivo de sus capacidades e intereses.

Al tener en cuenta estas consideraciones surge la necesidad de indagar sobre los resultados de la dinámica en la implementación de una estrategia didáctica que promueva y enfatice el desarrollo de procesos del pensamiento espacial en los estudiantes y establezca espacios que generen un aprendizaje eficaz.

Abstract: The teaching and learning of mathematics at the basic education level promotes in the student the interpretation and explanation of the physical and social reality of the environment. In the case of spatial thinking, it is necessary to consider for getting a meaningful learning, the recognition of the space and the characterization the two and three-dimensional figures which can be found surrounding. In addition, it is convenient to emphasize that students spend most of their time in the development of numerical thinking, in recognition of quantities and application of algorithms.

The research project establishes collaborative teaching and learning strategies through the creation of new spaces that take the student out of the traditional classroom by means of a math club, adopting problem solving, emphasizing the systems and geometric structures underlying the art. Math club promotes the development of cognitive, metacognitive and socio-emotional competencies. It seeks to guide students in the activation of spatial thinking through the use of different materials, techniques to develop creativity and the application of virtual learning environments. In this way, students achieve the effective development of their abilities and interests.

Having in mind those considerations, it proposes investigating the results of the dynamics in the implementation of a didactic strategy that promotes and emphasizes the development of spatial thinking processes in students and establishes spaces that generate effective learning.

Palabras clave: Pensamiento espacial, aprendizaje, simetría, teselado.

Introducción

En el nivel de educación básica siempre se le ha dado un papel importante al pensamiento numérico con el conocimiento de los sistemas de números naturales y racionales positivos, enfatizando los algoritmos de las operaciones básicas, apartándose, en ciertas ocasiones, de otros pensamientos matemáticos, especialmente el pensamiento espacial. Por esta razón, surge la necesidad de desarrollar estrategias que fomenten capacidades artísticas y procesos de pensamiento espacial, y así convertirlo un conocimiento básico que desarrolle el pensamiento matemático del estudiante.

Una línea de investigación en educación matemática enfatiza el diseño de estrategias y ambientes de aprendizaje de algunos temas básicos de la geometría a través de los sistemas y las estructuras que subyacen en el arte. La propuesta se enmarca en esta línea de investigación.

Esta propuesta toma la geometría como un elemento para que el niño pueda potenciar el desarrollo del pensamiento espacial como herramienta que contribuye al desarrollo de procesos cognitivos que le permitan realizar representaciones mentales de los objetos del espacio y reconocer aquellos objetos geométricos que subyacen en el entorno inmediato, descubriendo relaciones o singularidades geométricas y el análisis de la relación entre ellos. La pregunta de investigación fue: ¿cómo desarrollar el pensamiento espacial de los estudiantes en el aprendizaje de nociones básicas de teselados y simetría, con mediación analógica y tecnológica y a través del arte? Además, se plantearon los siguientes objetivos:

El propósito principal del proyecto de investigación es valorar y analizar el desarrollo de los procesos de pensamiento espacial a través del aprendizaje de nociones básicas de teselados y simetría, mediante la implementación de una

propuesta didáctica centrada en el arte, con mediación analógica y tecnológica a los estudiantes de educación básica en un club de matemáticas.

Esto se logra a través de la exploración del nivel de conocimiento que poseen los estudiantes de educación básica, mediante un diagnóstico inicial, acerca de las nociones básicas de teselados y simetría en geometría euclidiana; así mismo se busca contextualizar teóricamente a nivel local, nacional e internacional los objetos geométricos involucrados en la experiencia de aula, priorizando el enfoque semiótico y los sistemas de representación. Luego, se desarrolla el pensamiento espacial a través del club de matemáticas con la implementación de actividades que propicien el aprendizaje colaborativo y cooperativo a través del arte. Por último, se construye el sentido de la experiencia en el aprendizaje de los estudiantes del club de matemáticas y consolidar un banco de actividades y materiales para aprender geometría de teselados y simetría, basados en apreciación artística con mediación analógica y tecnológica.

Referentes teóricos

La formación geométrica es muy importante para los estudiantes en todas las edades y niveles escolares, que conlleva una complejidad en el estudio de los diversos tipos de programas de geometría y su formalización, las estrategias para su aprendizaje, las mediaciones utilizadas y los campos de aplicación en el contexto; en niveles tempranos es necesario explorar con objetos geométricos que encuentran en el entorno tridimensional y tiene como finalidad desarrollar capacidades y competencias en los estudiantes. Algunas de las grandes dificultades para el estudio de estos conocimientos provienen de la falta de estrategias didácticas efectivas y a que en las instituciones educativas se han centrado en el pensamiento numérico de tipo operacional y algorítmico en el nivel de educación básica.

En este sentido, se puede observar que las estrategias didácticas de los docentes se han centrado, por ejemplo, en el álgebra, apartándose de la geometría

euclídea y no euclídea. "La matemática debe ser la forma de expresar y explicar el resultado de una experiencia, de la confrontación de objetos en el mesomundo: mundo cotidiano". (García Roa, Franco , & Garzón , 2006)

Sin embargo, desde los estándares básicos y la construcción del currículo, surge la necesidad de promover el aprendizaje significativo del pensamiento espacial. Para lograr consolidar las estrategias didácticas en este campo es indispensable valorar la importancia de la geometría en el nivel de educación básica y conocer su influencia y utilidad en la cotidianidad y en el estudio de otras disciplinas del conocimiento.

Nuestras vidas están ligadas con muchos elementos de la geometría y logramos entender con mayor precisión el contexto gracias a ellos. También la geometría está relacionada con la solución de problemas de la vida cotidiana como por ejemplo el diseño, el cálculo del área de superficies y el volumen de los cuerpos, ya sean simétricos o asimétricos, lectura de mapas o la construcción, entre otros. Hasta la naturaleza que nos rodean no es ajena a los conceptos geométricos.

La geometría es muy importante en el estudio de otras ramas de las matemáticas, pues los docentes usan con frecuencia elementos de la geometría que ayudan a comprender conceptos que no necesariamente están ligados al pensamiento matemático. Por ejemplo, se hace uso de la "recta" numérica para ubicar números y realizar operaciones, los polígonos son usados para representar fracciones y hasta estos elementos se usan en la construcción de gráficos de barras y circulares, esquemas en los que podemos incluir datos numéricos (Castro Martínez, del Olmo Romero, & Castro Martínez, 2002)

Existen diversas investigaciones en las cuales han propuesto diversas teorías acerca concebir la geometría y establecer niveles para su aprendizaje. En este caso, por ejemplo, tenemos el modelo de Van Hiele que indica cinco niveles de pensamiento geométrico: visualización, análisis, abstracción, deducción y rigor (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2015).

Es indispensable reconocer que el mismo significado de la palabra geometría (medida la tierra) tiene una relación con el entorno y es un concepto que el ser humano ha utilizado desde hace miles de años, es decir, posee un origen práctico, desde que los egipcios que la aprovechaban para delimitar terrenos. Luego los griegos se interesaron en la definición de los elementos que componen la geometría, hubo un interés por el mundo de las formas (Godino & Ruiz, 2002). Esto lleva a pensar que al estar implícita la geometría en el medio que nos rodea, al ser objetos perceptibles por los sentidos, su aprendizaje se facilita y va a ser más significativo.

Por otro lado, es importante considerar que los estudiantes poseen una gran experiencia y conocimiento de naturaleza matemática antes de enfrentar el aprendizaje de un nuevo objeto matemático relacionado con la geometría. Esto hace que exista una relación implícita entre el objeto matemático y los conocimientos previos propios de la experiencia con el entorno inmediato (Camargo & Acosta, 2012).

La geometría ha sido uno de los elementos que ha influido la arquitectura, con la creación de algunos espacios de incalculable belleza, como es el caso del museo de la Alhambra, ubicado en la ciudad de Granada – España, un palacio construido por los Moros entre los siglos XIII y el XIV, en una época en el que por cuestiones religiosas era prohibido la representación de la figura divina como de la figura humana. Esta razón llevo a que los artistas árabes de la época, especialmente aquellos que tenían la importante labor de decorar el palacio, no tuvieran otra opción que adornar cada uno de los espacios haciendo uso de las figuras geométricas (D'Amore, 2008, pág. 92).

El arte, es otra de las actividades humanas que ha sido influenciada por la geometría. En este aspecto, se debe destacar que muchos artistas en la historia de la humanidad han incluido elementos geométricos en sus obras. Algunos de ellos, como Alberto Durero y Leonardo da Vinci (Vasco Uribe, 2006, pag.18).

La noción de simetría es bastante utilizada en el arte y el diseño, pues permite un efecto visual que permite que las obras artísticas posean un atributo estético. Esta noción involucra movimientos rígidos de rotación, traslación y reflexión, que son muy útiles en la elaboración de rosetones y patrones. El mosaico, embaldosado o teselado es un objeto que puede ser utilizado para la creación artística, donde se recubre un plano con figuras, generalmente polígonos regulares. Uno de los artistas que ha involucrado el teselado en sus obras ha sido el holandés Mauricius Cornelius Escher (Mariño S, 2004)

En el campo de la didáctica se pueden encontrar propuestas acerca de la enseñanza y aprendizaje de la geometría a través del arte, que permite a los educandos el contacto con nociones básicas de la geometría por medio del objeto teselado (Herrera E, Montes V, Cruz C, & Vargas P, 2010). En la propuesta se destaca la importancia de crear espacios que potencialicen el pensamiento geométrico, que permitan reconocer y utilizar nociones básicas de simetría a través del arte.

El estudio de la geometría se convierte en un elemento fundamental, pues el estudiante siempre está en contacto con elementos del entorno que lo llevan a fomentar habilidades cognitivas (Calderón Rodríguez, González Mora, Salazar Segnini, & Washburn Madrigal), por consiguiente, es necesario que, este proceso conduzca a una percepción del espacio alterna a la formación del pensamiento lógico-matemático, que ayude a modelar adecuadamente diversos conceptos geométricos que colaboren con la formación de un pensamiento artístico, científico y corporal, que defina en el niño una apreciación estética inicial.

Por otro lado, el pensamiento geométrico es indispensable también para el estudio de otras ramas de las matemáticas, pues los docentes usamos frecuentemente ejemplos relacionados con la geometría para ayudar a entender conceptos que no necesariamente están ligados a esta. Es decir, se usa la recta numérica para números y operaciones, las figuras geométricas se usan para representar fracciones, los términos curva, figura y cuerpo se asocian con la

longitud, el volumen y el área y hasta los elementos geométricos se usan para representar gráficos de barras y circulares, donde se incluyen datos numéricos. En conclusión, el pensamiento geométrico se relaciona con los demás pensamientos matemáticos (Castro Martínez, E., Romero, O., & Castro Martínez E, 2002).

La geometría también es un medio que permite el desarrollo de la percepción espacial y la visualización, pues los niños tienen la necesidad de observar objetos en el espacio y captar sus relaciones y características, o de la capacidad de ver representación bidimensional de objetos tridimensionales (Bustamante, J. C., 2004).

El compendio de propuestas didácticas relaciona el arte con el aprendizaje de la geometría. La propuesta consiste en que, analizando su entorno, el niño comprenda y reflexione de forma activa conceptos geométricos, para que finalmente él pueda crear diferentes obras artísticas. Además, encontramos ejemplos de los principios de la geometría en el mundo de la naturaleza como el ambiente artificial creado el hombre, donde se establece relaciones de simetría, puntos, líneas rectas y curvas, figuras planas y sólidos geométricos como círculos, conos, hexágonos, rectángulos, esferas, triángulos, cubos, cilindros, pirámides y prismas, entre otros (Godino, J. D., & Ruíz, F., 2002).

Esta propuesta de investigación se basó en un enfoque semiótico, donde el desarrollo del pensamiento está ligado estrechamente a una actividad de representación que requiere un sistema de tratamientos de orden cognitivo. La conversión de estas representaciones de un sistema semiótico a otro permite una diversidad de signos que el sujeto utiliza para comprender una idea, un objeto, un sentimiento y le brinda la capacidad de comunicarlo. La experiencia que tenga el estudiante con los sistemas semióticos de representación, por ejemplo, el lenguaje natural, el lenguaje gráfico, el lenguaje simbólico, entre otros, se constituye en una base para la apropiación y comprensión de los objetos geométricos (Duval, 2017, págs. 62, 63).

El desarrollo de actividades con el uso de las teselaciones se convierte en una alternativa que puede aportar al desarrollo del pensamiento espacial y geométrico del estudiante, a través de la adquisición de terminología y propiedades geométricas y nociones de simetría, la consecución de habilidades artísticas y se constituye en una posibilidad de brindar un papel preponderante de la geometría en el currículo de la institución educativa. Esta diversidad de actividades hace que se pueda hacer un reconocimiento de las entradas cognitivas del aprendizaje de la geometría.

Para el trabajo de campo se adoptó las cuatro formas de ver la geometría según Raymond Duval (Duval, 2016)

Duval plantea cuatro entradas: el botánico, el agrimensor geómetra, el constructor y el artesano. Con respecto a la entrada del Botánico, se puede considerar los términos básicos de la geometría plana, punto, recta, semirrecta, segmentos hasta llegar al reconocimiento de figuras planas simples como los polígonos.

En la entrada del Agrimensor geómetra, establece de diversas estrategias de construcción de las figuras utilizadas en los teselados, además reconocimiento de movimientos rígidos o isometrías, definidas como aquellas transformaciones que se le hacen a una figura sin modificar su tamaño y su forma. Entre estos movimientos encontramos la rotación, la traslación, la reflexión y el planeo, que es la combinación de una traslación y una reflexión.

En la entrada del Constructor, pasamos a la elaboración del dibujo de las figuras y la aplicación de las isometrías con instrumentos de trazo o a través del uso de herramientas de geometría dinámica, que permiten la creación de formas con propiedades geométricas específicas y permitiendo procesos de experimentación, pues la consecución de las formas es indispensable la aplicación de un proceso, una serie de tareas con una secuencia específica que permiten su construcción.

En la entrada del Artesano, luego de que estudiante reconoce de las figuras, sus propiedades e isometrías y su construcción haciendo uso de instrumentos y herramientas de geometría dinámica, pasa a un estado de creación artística, en este caso la teselación, en la cual se puede lograr actividades con una gran variedad de diseños geométricos y efectos visuales, siendo una oportunidad para fomentar la creatividad. Aquí sigue siendo necesarios el uso de instrumentos y recursos tecnológicos. Además, es posible desarrollar capacidades de apreciación estética y disfrutar el arte como parte de la adquisición de conocimientos y habilidades propias de los estudiantes.

Las maneras de ver la geometría promueven el desarrollo cognitivo relacionado con la percepción del espacio, se convierte en una técnica de exploración y descubrimiento y en un mecanismo para encontrar soluciones a problemas de la cotidianidad y transformación del entorno.

Metodología

El diseño metodológico planteó el análisis y la construcción de sentido de las prácticas docentes respecto a las estrategias didácticas que apoyan el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con la participación de diferentes actores que procuran motivar al educando en el desarrollo de competencias de razonamiento, resolución y comunicación en el pensamiento espacial. Por esta razón, este proyecto se fundamentó como una investigación de tipo cualitativo bajo el modelo de acción – participación.

La investigación incluyó un diagnóstico, el diseño de un plan de acción, ejecución, reflexión y evaluación constante de los participantes; esto hace que dentro del proceso se pueda ampliar el campo de aplicación, reorientar o plantear nuevas acciones como docente. Es una indagación que combina de manera interrelacionada acciones de investigación y acciones educativas, enfocadas a plantear nuevos procesos de enseñanza y aprendizaje (Cerdeza Gutiérrez , 2007). Los estudiantes desarrollaron las actividades a través de encuentros virtuales

sincrónicos en cada una de sus fases, de acuerdo al plan de contingencia establecido frente a la actual emergencia por Covid-19.

El problema que se quiere resolver tiene su origen en la misma comunidad y, por esta razón, fue necesario establecer estrategias que propiciaron un ambiente en el que la cooperación entre los sujetos que participaron fuera efectiva, para así lograr la implementación de las actividades propuestas y afianzar una de las metas del proyecto, que fue lograr integrar al grupo, con el fin valorar el desarrollo de procesos de pensamiento espacial a través del aprendizaje de nociones básicas de teselados y simetría, mediante la implementación de recursos analógicos y tecnológicos, y a través del arte.

A partir de la experiencia se pudo observar que los estudiantes del nivel de Educación Básica de la Institución Educativa Técnica "Tomas Vásquez Rodríguez" del municipio de Paipa, presentan un gran potencial y las capacidades suficientes para potenciar el desarrollo del pensamiento espacial.

El propósito se fundamentó en la búsqueda de diversas estrategias didácticas que requiere que los padres de familia y los estudiantes del nivel de Educación Básica Primaria de la Institución Educativa Técnica "Tomas Vásquez Rodríguez" del municipio de Paipa participen activamente, se movilicen y se organicen de tal manera que puedan emplear de mejor manera sus recursos y capacidades.

Desarrollo

El análisis que se presenta a continuación hace parte del diagnóstico aplicado a los estudiantes sobre las nociones básicas de la geometría plana y los ambientes de aprendizaje generados en geometría dinámica basados en las transformaciones de rotación, traslación y simetría que se trabajaron inicialmente en el proyecto, cuya implementación aún está en desarrollo.

El proyecto de investigación siguió proceso de recolección de información documental pertinente al proceso de investigación, que constituye un elemento importante para su ejecución. En este sentido, involucra diversas fuentes como textos, artículos científicos, memorias, documentos de investigaciones realizadas con anterioridad, entre otras.

Esta recolección de información se dio bajo un continuo trabajo de campo, el cual reunió un conjunto de actividades que permiten un contacto directo con los sujetos y el entorno en el cual se aplica investigación. Además, este proceso de indagación documental sirvió como punto de partida en el proceso de investigación, contribuyó para recopilar información y permitió implementar las actividades posteriormente.

Inicialmente, se conformó el club de matemáticas, como una estrategia que promueve el aprendizaje colaborativo y busca propiciar espacios que desarrollan habilidades individuales y grupales a partir de la participación activa de los estudiantes al momento de explorar nuevos conceptos y construir nuevos conocimientos. Para esto, se hizo una convocatoria a los estudiantes de los grados 4º y 5º para inscribirse al club a través de un formulario de Google. Debido a la situación actual de pandemia de Covid 19 y a la falta de acceso que tiene la comunidad educativa a la conectividad y al acceso de recursos tecnológicos, se logró que 18 estudiantes se inscribieran al club de matemáticas. Luego de la consolidación del grupo, se programó una sesión virtual de bienvenida y exposición del propósito del club.

En la fase inicial los estudiantes realizaron una actividad diagnóstica en la cual presentaron una serie de imágenes acompañadas de preguntas relacionadas con términos básicos de la geometría: recta, semirrecta, segmento, ángulo, polígonos, su clasificación y las transformaciones en el plano. En este sentido los estudiantes presentaron dificultades al reconocer términos básicos de la geometría plana, presentando confusión en el concepto de polígono y su clasificación de acuerdo al número de lados, a partir de los cuadriláteros. Además,

se dificulta reconocer los vértices y los ángulos de figuras geométricas. También, se desconoce el concepto de simetría y eje de simetría, así como el conocimiento y la aplicación de movimientos de traslación, rotación y reflexión de una figura en el plano.

En la siguiente sesión de trabajo se planteó una actividad que inicio haciendo un recorrido por la historia del palacio de la Alhambra, ubicado en la ciudad de Granada – España. Un lugar de incalculable valor histórico y arquitectónico. Se enfatizó en la observación de imágenes de las azulejas que decoran este importante museo, permitiendo a los estudiantes un contacto con los diversos diseños de teselados y la gran variedad de figuras geométricas que los componen. A continuación, se planteó una actividad que llevo a cada uno de los estudiantes a la construcción con regla y compás de algunas figuras geométrica y se pudo consolidar el concepto de eje de simetría.

Luego, se propuso una actividad en la cual los estudiantes, con ayuda de la regla y el compás, realizaron la construcción de algunos polígonos regulares, que sirvieron para reconocer los elementos de un polígono. Además, estas construcciones fueron utilizadas para involucrar el concepto de transformación, definido como los movimientos o desplazamientos en el plano. Indican que un objeto cambia de posición sin que su forma o tamaño pueda variar. Estas transformaciones son: traslación, rotación y reflexión.

Las sesiones siguientes se plantean actividades que promueven el uso del software de Geometría dinámica GeoGebra, es un programa que mezcla la geometría con el álgebra, uno de los programas dinámicos de geometría que permite realizar construcciones geométricas y brinda la posibilidad mover los puntos de una construcción e identificar sus características. En primer lugar, se identificó algunas de las herramientas que posee la plataforma y el uso de las mismas para realizar la construcción de polígonos, regulares e irregulares, y aplicación de las transformaciones. Se indicó inicialmente el proceso para realizar el movimiento de rotación, luego el movimiento de traslación y por último el

movimiento de reflexión. A continuación, se realizará la construcción de teselados sencillos. En el desarrollo de las actividades los estudiantes presentaron dificultades en la estabilidad de la conectividad.

Los objetivos principales del club de matemáticas son convertirlo en un semillero de investigación institucional que contribuya con la formación integral de los estudiantes, construir un nuevo contacto con las matemáticas, planteando nuevos escenarios académicos donde se incentive el trabajo en equipo, espacios académicos que le permitan proponer, dialogar, evaluar, superar las dificultades, alcanzar los logros propuestos e identificar la importancia de construir sus saberes con la practica constante y se incentive la creatividad. Además, esta interacción permite que se fortalezcan las relaciones interpersonales.

Conclusiones

Los estudiantes, luego de realizar las actividades introductorias, reconocen la terminología básica de la geometría plana como punto, recta, semirrecta, segmento, los elementos y la clasificación de un polígono de acuerdo al número de lados, la simetría y eje de simetría. Además, identifica los movimientos realizados a una figura en el plano respecto a una posición o eje (rotación traslación y reflexión) y aplica estas transformaciones a figuras en el plano para construir diseños, con elementos básicos como papel y elementos de geometría, así como con el uso del programa de geometría dinámica (GeoGebra).

El desempeño de los estudiantes en la actividad del recorrido por el museo de la Alhambra fue significativo, pues notaron la influencia de la geometría en el diseño arquitectónico de algunos espacios del museo. Además, permitió un contacto interactivo con los estudiantes, pues tuvieron la oportunidad de realizar actividades prácticas.

Los estudiantes perciben la virtualidad como un elemento importante de contacto con el docente y sus compañeros en la actual situación de aislamiento preventivo,

pues los encuentros sincrónicos son demasiado esporádicos o inexistentes debido a que todos no tienen acceso a una conectividad y recursos tecnológicos adecuados. El club de matemáticas permitió renovar esta relación de interacción entre los estudiantes y el docente. Además, la inestabilidad de la conexión fue un problema recurrente en el desarrollo de las actividades.

Además, el club de matemáticas se convirtió en una estrategia de aprendizaje motivadora, que aparta al estudiante de la noción tradicionalista del aula regular y genera una nueva relación de pertinencia de los estudiantes con las matemáticas. Proyectándose como un semillero de investigación que promueve la indagación, la participación activa de los estudiantes y que contribuye, principalmente, con la adquisición de habilidades cognitivas, metacognitivas y socioemocionales.

Bibliografía

Castro Martínez, E., del Olmo Romero, M., & Castro Martínez, E. (2002). Desarrollo del pensamiento matemático infantil. Granada: Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. Departamento de Didáctica de la Matemática.

Camargo, L., & Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Tecné, Episteme y didaxis*(32), 4, 5, 6, 7, 8.

Cárdenas Forero, O. L., & Benítez Agudelo, M. L. (2007). La enseñanza la topología a través de la cartografía. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Cerda Gutiérrez, H. (2007). La investigación formativa en el aula. La pedagogía como investigación. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

D'Amore , B., & Fandiño Pinilla, M. (2015). Didáctica de la matemática. Una mirada internacional, empírica y teórica. Bogotá: Universidad de la Sabana. Dirección de Publicaciones.

D'Amore, B. (2008). Matemática en todo. Recorridos matemáticos inusuales y curiosos. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Duval, R. (2016). Las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría, desarrollo de la visualización, diferenciaciones de los razonamientos, coordinación de sus funcionamientos. En A. S.-L. Raymond Duval, *Comprensión y aprendizaje de las matemáticas: Perspectivas semióticas seleccionadas*. (págs. 13 - 60). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Duval, R. (2017). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali, Colombia: Programa Editorial Universidad del Valle.

Gallego Gil, D., & Peña Mecina, A. (2012). *Las TIC en geometría. Una nueva forma de enseñar*. Bogotá : Ediciones de la U.

García Roa, M. A., Franco , F. A., & Garzón , D. (2006). *Didáctica de la geometría Euclidiana. Conceptos básicos para el desarrollo del pensamiento espacial*. Bogotá DC: Cooperativa Editorial Magisterio.

Godino, J., & Ruiz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Granada: Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.

Herrera E, V. C., Montes V, Y. E., Cruz C, A. C., & Vargas P, Á. R. (2010). *Teselaciones: Una Propuesta para la Enseñanza y el Aprendizaje de la Geometría a través del Arte*. Memoria 11º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, 422 - 430.

Mariño S, R. (2004). La geometría en el arte y el diseño. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia. Departamento de Matemáticas.

Vasco Uribe, C. (2006). Didáctica de las matemáticas. Artículos selectos. Bogotá, Colombia: Fondo Editorial. Universidad Pedagógica Nacional.