



Congreso Internacional de Educaciones, Pedagogías y Didácticas

**Pedagogías críticas
latinoamericanas**

Tunja - Boyacá

2020

Del 6 al 9 de octubre

Experiencias de maestras y maestros

BLOG PITAGÓRICO: UNA EXPERIENCIA SIGNIFICATIVA EN EL AULA

Autores:

Dueñas Salamanca, Mónica Bibiana

Villamil Pachón, Jonathan Steven

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Correo electrónico:

monica.duenas01@uptc.edu.co , jonathan.villamil@uptc.edu.co

Eje temático: Educación Matemática

Resumen: Este trabajo nace en la clase de Electiva de Profundización I de la Licenciatura en Matemáticas de la Uptc, como una propuesta metodológica basada en el uso de la tecnología en torno a la demostración geométrica de una de las proposiciones de los *Elementos* de *Euclides*; a partir de una actividad propuesta por el docente se pensó en crear un *Blog matemático* dirigido principalmente a los estudiantes de básica y a todo aquel que esté interesado en el teorema de Pitágoras (proposición 47, libro I de los *Elementos* de Euclides), su historia, demostración y aplicaciones. De igual manera el blog surge como una alternativa en medio de la situación que vivimos hoy en día, por el brote del virus Covid-19, que obligó al confinamiento de los estudiantes y por ende nos llevó a repensar el proceso de enseñanza, en el que es necesario buscar alternativas para llegarle al estudiante; por ello se propone un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) como medio de enseñanza de la geometría, enfocado al uso de las TIC que facilite el acceso a la información de manera asertiva y que promueva un aprendizaje significativo (Freitas, 2016). Se espera que a futuro

esta estrategia también puede ser utilizada en las aulas presenciales como un recurso pedagógico e interactivo en el estudio del teorema de Pitágoras.

La estructura del blog se centra en el estudio del teorema de Pitágoras que inicia con la contextualización de sus aspectos históricos basada en un recorrido por las diferentes culturas antiguas hasta la explicación de este en la cotidianidad; en la construcción histórica se destaca el trabajo realizado por babilonios, egipcios, hindúes y chinos, que de manera pragmática aplicaron el teorema de Pitágoras para resolver problemas del contexto, lo que evidencia que esta noción geometría ya se estudiaba mucho tiempo antes de su formalización por parte de los griegos (Ruiz, 2003); además, se presentan datos históricos sobre Pitágoras y sus aportes significativos en la matemática, especialmente en la geometría; Otro aspecto que se destaca del blog, es la demostración presente en el escrito de Chou Pei Suan Ching (200 a. C.) y algunos datos históricos del mismo, aspecto que se articuló de manera interactiva con la modelación de la demostración y su explicación gráfica mediante una aplicación (applet) en Geogebra. Como complemento didáctico se propone la construcción de la demostración con material manipulativo que permita al estudiante comprender el teorema de manera tangible y dinámico; finalmente, se concluye con un problema y su solución para afianzar las nociones del teorema y su aplicación.

Palabras claves: Demostración del teorema de Pitágoras, Ambiente virtual de aprendizaje, Aprendizaje significativo

Introducción

Con el cambio en la manera de dictar las clases gracias al confinamiento por el virus Covid 19, la educación se ha visto forzada en proponer nuevas formas de llegar a los estudiantes con una enseñanza significativa, es por ello que se ha adoptado el trabajo y estudio de manera virtual y en consecuencia la enseñanza tradicional se quedó en el pasado, es por ello que cada vez tanto como estudiantes y docentes han tenido un acercamiento a las diferentes plataformas

que ofrece internet, creando en los estudiantes una enseñanza autónoma donde la tecnología se convierte en la principal fuente de información, unas de ellas son los blogs, que presentan una información más llamativa, entendible y novedoso, es por esto que surge la idea de crear una plataforma interactiva acercando la geometría a los estudiantes desde una perspectiva diferente a la curricular.

El blog pitagórico está diseñado para mostrar en diferentes etapas la demostración del teorema de Pitágoras realizado en el escrito de Chou Pei Suan Ching (200 a. C.), este es de gran importancia en la matemática ya que es una base fundamental en la geometría y es por esto que esta plataforma es una herramienta que ayuda a comprender de manera didáctica esta demostración en un ámbito de aprendizaje virtual. Esta propuesta va dirigida especialmente a los estudiantes de básica, educación superior y cualquier público que esté interesado en enriquecer su conocimiento con la demostración del teorema hecha en el libro de Chou Pei Suan Ching (200 a. C).

Ambiente de aprendizaje en torno a las herramientas virtuales en geometría

Metodología

Problema de investigación:

- Preguntas de investigación:

¿En qué consiste la demostración del teorema de Pitágoras?

¿De qué manera llegar a los estudiantes o personas interesadas en la demostración del teorema de Pitágoras?

¿De qué manera didáctica se puede explicar el teorema de Pitágoras?

- Objetos de investigación

Analiza y comprende la demostración hecha por Chou Pei Suan Ching (200 a. C.) sobre el teorema de Pitágoras mediante diferentes estrategias didácticas

Aprende quien fue Pitágoras y sus aportes a la matemática

Analiza situación problema utilizando el método de demostración por Chou Pei

Interactúa con diferentes materiales didácticos el teorema de Pitágoras

Descubre nuevos métodos de aprendizaje por medio del blog pitagórico

- Definición del problema

Tipos de investigación:

Este trabajo es de tipo descriptivo ya que muestra el análisis y desarrollo de la demostración del teorema de Pitágoras hecha por Chou Pei Suan Ching (200 a. C.), donde se desarrolla de manera minuciosa y explicativa

Diseño de investigación:

Esta investigación tiene un enfoque **cualitativo** (crear un espacio de recolección de resultados donde los que están interesados en el blog plasmen sus resultados y preguntas); con un diseño no experimental (experimental)

Selección de la muestra:

El blog va dirigido a todo tipo de persona que está interesada o quiera investigar sobre la demostración

Recolección de datos:

El método por el cual se realizó este proyecto

Construcción del ambiente virtual de aprendizaje

Introducción a lo que viene en el texto.

Soy docente en formación en la Universidad Pedagógica y tecnológica de Colombia seccional Tunja, actualmente me encuentro en sexto semestre de la carrera de licenciatura en Matemáticas, cursando la materia de Electiva de profundización I en donde se amplía una de las ramas de la matemática, esta es la geometría, que comprende los temas de la geometría euclidiana, no euclidiana y finalizando por la geometría fractal; aquí me llamo la atención el desarrollo de las diferentes demostraciones del teorema de Pitágoras en la geometría euclidiana, por esto al realizar la actividad propuesta por el docente donde tuve que investigar y exponer sobre la demostración correspondiente al tratado de Chou Pei Suan Ching, aquí surgió la idea de crear un espacio interactivo donde se reunieran los diferentes aspectos de esta demostración, abarcando tanto el ámbito formal como las diversas aplicaciones que ofrecen una relación didáctica con el aprendizaje significativo, desarrollándolo en la red, medio que está a disposición de los diferentes interesados. Esto aportaría a incentivar la investigación y como futura docente me inspira a crear contenido que facilite la información para aumentar el interés en las personas y así crear un aprendizaje autónomo mediante herramientas digitales como se pretende en el Blog Pitagórico.

Aspectos históricos

La organización de los aspectos históricos que se tuvieron en cuenta durante el desarrollo y la construcción del "Blog pitagórico", parte desde la historia más general, empezando por la vida de Pitágoras hasta la minuciosa demostración del teorema, dentro del cuales se abracaron los siguientes aspectos:

1. Pitágoras de Samos:

Pitágoras nació en Samos sobre el año 569 a.c. Abandono Samos para dirigirse a Lesbos donde recibió una enseñanza del maestro filosófico griego presocrático Ferécides de Siras y de Anaximandro de Mileto, con quienes estudio fundamentalmente astronomía, física y matemáticas. (Sánchez 2011), luego se dirigió a prepararse a Tebas durante un año donde se instruyó con honores en la escuela sacerdotal y tras 12 años en la cárcel por la muerte del rey egipcio Amasis, Pitágoras conoció gran variedad de cultura de las cuales aprendió y aumento su conocimiento. Tras salir de la cárcel empezó a dictar clases en Sicilia y en Crotona donde obtuvo gran éxito y abrió varias escuelas, allí surgieron sus discípulos quienes fueron los encargados de dar a conocer todos sus descubrimientos ya que este no publico nada de ellos; años más tarde Hipaso un discípulo de Pitágoras, salió de la orden gracias a que revelo algunos hallazgos que se produjeron dentro de la escuela y a demás genero acusaciones infundidas contra sus excompañeros, lo cual causo que esta escuela se acabara y que Pitágoras se mudara a Metaponto donde murió hacia el año 500 a.c.

Los aportes a la matemática, la física y la música más representativos fueron, el teorema de los triángulos rectángulos

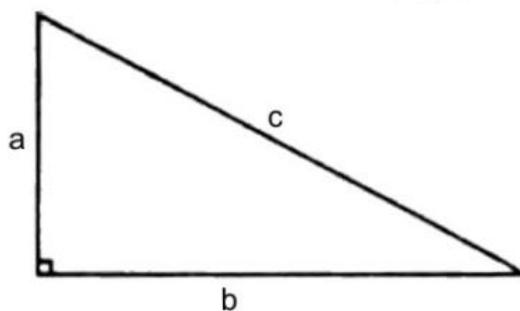
(teorema de Pitágoras), hallazgo de los números amigos, números perfectos, números poligonales, construcción de solidos perfectos, también descubrió el modelo geocéntrico donde la tierra era el centro del universo y que la luna orbitaba alrededor del ecuador, al igual que la ley de intervalos musicales regulares, invención del monocordio y el uso de la música de manera medicinal con un uso ético.



Pitágoras, estampilla.

2. Teorema de Pitágoras:

El origen el teorema de Pitágoras aún es incierto ya que este se manifiesta en varios hallazgos arqueológicos de algunas civilizaciones como la egipcia, china, india y mesopotámica. Una de las civilizaciones es la Babilonia, en sus invenciones se descubrieron contenidos matemáticos plasmados en tablillas hechas de arcillas, representando algunas nociones del teorema ya que mostraban las relaciones de los lados de un triángulo rectángulo, estas tablillas fueron, la tablilla Yale, la tablilla Plimpton, la tableta Susa, la tablilla de Tell Dhibayi, entre otras.



Una civilización muy conocida por sus aportes matemáticos fue la egipcia, ya que utilizaban constantemente mediciones, las cuales se hacían por medio de cuerdas, nudos y estacas, esto se implementó junto con la noción del teorema, en la remarcación y repartición de tierras, debido a las grandes inundaciones que hicieron perder rastro de los linderos, es allí donde utilizaron el "triángulo egipcio" con medidas de sus lados respectivamente de 3, 4 y 5, para sus reconstrucciones. Los resultados matemáticos fueron encontrados en papiros como el papiro de Kahun, el papiro de Moscú, el papiro de Rhind, el papiro de Berlín, entre otros. Estos triángulos jugaron un papel importante en esta civilización ya que por estas contribuciones se construyó las pirámides, se creó el triángulo de Isis y otros significados sagrados que se le atribuyeron a este objeto matemático.

La civilización india al igual que la egipcia median por medio de cuerdas, estas fueron utilizadas para la construcción de altares que requerían medidas específicas, es por ellos que emplearon el triángulo rectángulo el cual en su tiempo fue conocido como el "triángulo indio" constando de lados 5, 12 y 13. Estos descubrimientos eran plasmados por los indios o también conocidos como pueblo Veda en los Sulvasutras, donde se conoció que la matemática y la idea

del teorema de Pitágoras era un conocimiento ya establecido desde alrededor del año 1500 a.c.

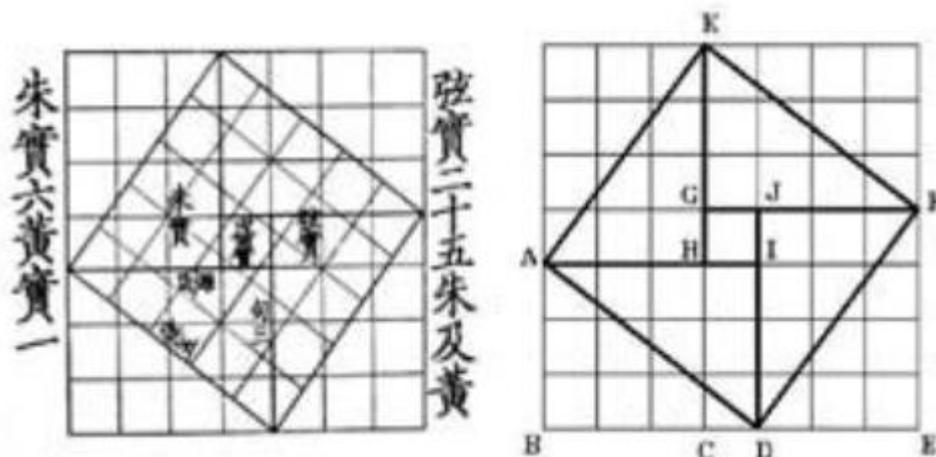
La siguiente civilización es importante para el desarrollo de este proyecto ya que es allí donde se desarrolla la demostración que se va a mostrar, esta es la civilización China, donde sus escritos antiguos importantes de la matemática fueron quemados por el emperador Shih Huanhg, por consiguiente, los chinos tuvieron que reconstruidos los mismos, plasmándolos en tratados como, el Zhou Bi Suan Jing, Chou Pei Suan Ching y el Chiu Chang Suan Shi; estos tratados muestran diferentes ejercicios matemáticos y entre ellos se refleja la utilización del teorema de Pitágoras, como también métodos para encontrar las soluciones, dejando en los chinos conocimientos como las propiedades de los triángulos rectángulos y su aplicación en la astronomía y agricultura.

3. Demostración:

Existen diferentes demostraciones que sustentan el teorema de Pitágoras, estas fueron hechas por matemáticos reconocidos como: Euclides, Bashkara, Pappus, Vieta, Garfield, Leonardo da Vinci, H. Boad, Loomis, Chou Pei Suan Ching, entre otros; sustentándose de manera algebraica y geométrica dando fe que "en todo triangulo rectángulo, la longitud de la hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma del área de los cuadrados de las respectivas longitudes de los catetos".

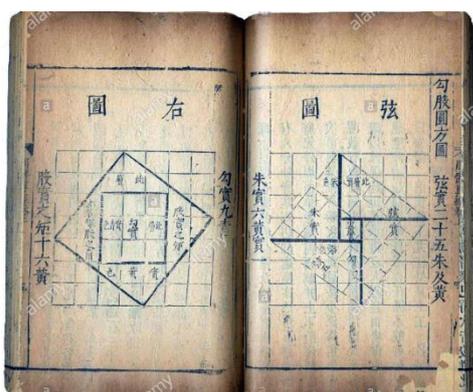
La demostración plasmada en el tratado de Chou Pei lo manifiesta con un lenguaje numérico, este se puede ver traducido por Needham así: "Cortemos un rectángulo (por la diagonal), de manera que la anchura sea 3 (unidades) y la longitud 4 (unidades). La diagonal entre los (dos) extremos tendrá entonces una longitud de 5. Ahora, tras dibujar un cuadrado sobre esta diagonal, circunscribirlo con semirectángulos como el que ha sido dejado en el exterior, de modo que se forme una figura plana (cuadrada). Así, los (cuatro) semirectángulos exteriores, de anchura 3, longitud 4 y diagonal 5. forman en conjunto dos rectángulos (de 24 de área); luego (cuando esto se resta de la figura plana cuadrada de área 49),

el resto tiene 25 de área. Este (proceso) se llama 'apilamiento de rectángulos'." seguido de diagramas que explican su demostración de esta manera:



“Sean a y b los catetos del triángulo rectángulo ABC y c su hipotenusa, además, A1 es el área del primer cuadrado antes de hacer la traslación y A2 el área del segundo cuadrado, al obtener sus áreas se obtiene: $A_1 = 4(a \cdot b / 2) + a^2 + b^2$
 $A_2 = c^2 + 4(a \cdot b / 2)$ Como son el mismo cuadrado se obtiene que: $4(a \cdot b / 2) + a^2 + b^2 = c^2 + 4(a \cdot b / 2) \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$.” (López, 2018)

4. Chou Pei Suan Ching

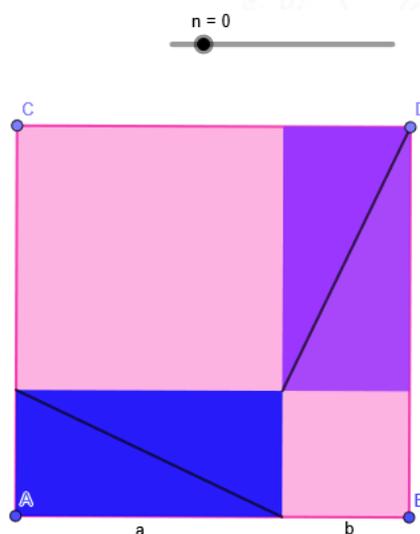


De este tratado no se conoce mucho, solo se sabe que se escribió en un lenguaje muy retórico acompañado de figuras en términos numéricos, su origen data del siglo IV a.c. y allí está plasmado la concepción que tenía la antigua china respecto al universo en el teorema de Kai t'ien, de igual manera, este escrito es reconocido por la demostración de la noción teorema de Pitágoras y “se cree que Pitágoras no conoció esta obra, aunque una demostración similar es atribuida a los pitagóricos por Eves (1976)” (López 2018). por tanto, este hecho matemático es muy importante para la cultura china.

Modelación de la demostración en Geogebra

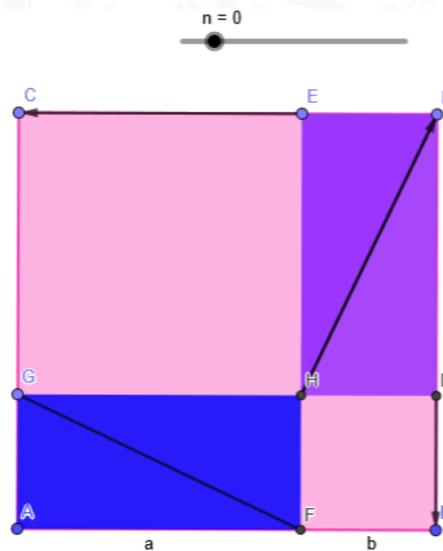
Una de las ayudas para el aprendizaje en la matemática consiste en, interpretar los problemas mediante dibujos o representaciones gráficas, que dan una visualización de las perspectivas de la solución, es por ello que se quiso modelar la demostración echa en Chou Pei Suan Chingch en la aplicación de Geogebra; esta es una aplicación gratuita y de fácil accesibilidad, que desarrolla modelaciones junto con operaciones matemáticas mediante diferentes herramientas que facilitan la construcción en el plano, por consiguiente se consideró importante la utilización de esta aplicación a la hora de realizar la construcción ya que mejorar la comprensión e interacción con el lector.

Esta demostración se realizó a partir de un segmento AB, luego por medio de la herramienta "polígono regular" se construyó el cuadrado ABCD. A continuación, se tomó una medida arbitraria "a" en uno de sus lados y la distancia restante se nombró "b" (teniendo siempre presente que $a \neq b$). posteriormente con estas medidas se construyó el polígono AGHI el cual tiene longitudes, a de largo y b de alto, este procedimiento se realizó de la misma manera, con las mismas dimensiones en el polígono HEDI, utilizando las herramientas de distancia, punto en el objeto, polígono y segmentos. Al tener los dos rectángulos se trazó una diagonal en cada uno de ellos, formando dos triángulos rectángulos como se muestra en la imagen 1.

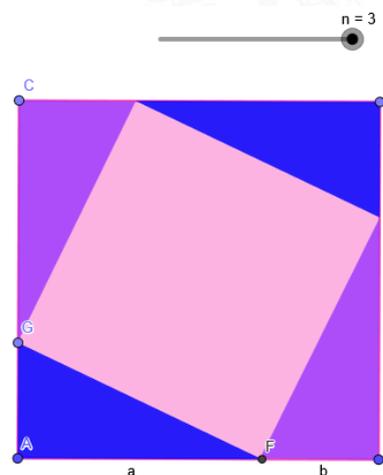


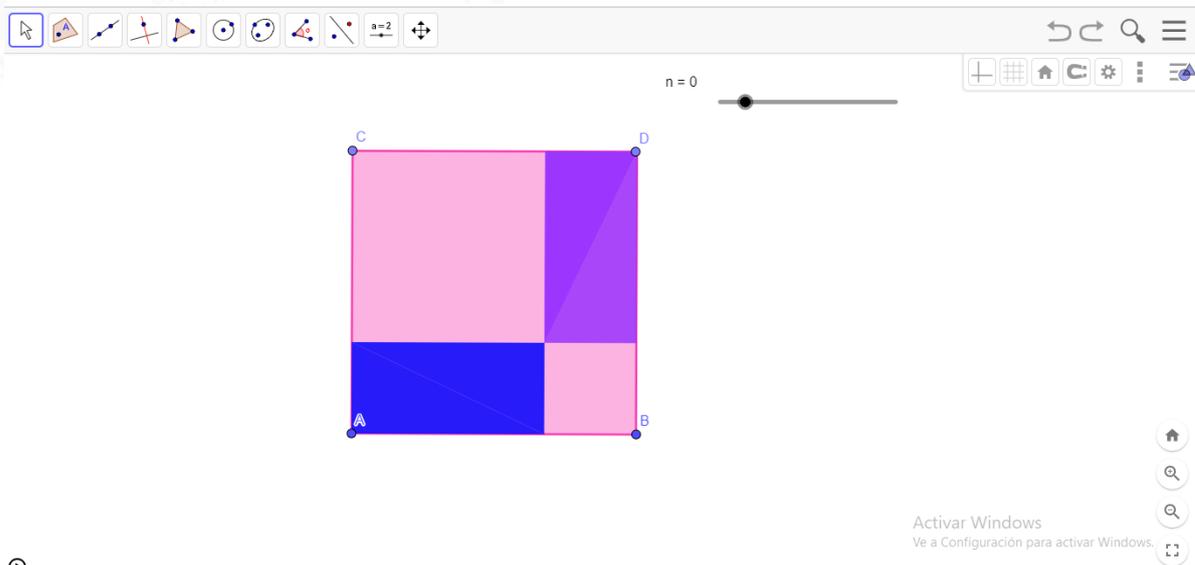


Teniendo el esquema de la primera parte de la demostración, se procedió a aplicar homotecias sobre los triángulos rectángulos HED, HID y GHF, con vectores EC, IB y HD respectivamente como se muestra en la imagen 2, esto con el fin de la traslación de estas figuras. Al mismo tiempo, se condicionó los triángulos a un deslizador (n) de tal manera que su aparición y movimiento se presentaran en un intervalo determinados.



Por último, se realizó las traslaciones (Imagen 3) de cada uno de los triángulos rectángulos, con el fin de mostrar la transformación que ocurre en el cuadrado y así evidenciar que las medidas son equivalentes a la primera figura. De esta manera se concluye la demostración del teorema de Pitágoras hecha en el tratado de Chou Pei Suan Chingch de una manera más dinámica.





<https://www.geogebra.org/classic/qyrnd2y4>

Propuesta pedagógica de la demostración del teorema

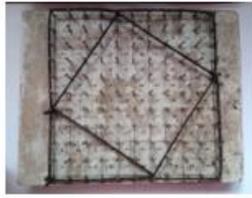
A parte de las diferentes maneras de explicar la demostración del teorema de Pitágoras, se pretende acercar al lector mediante la construcción con material manipulable, es por esto que se propone las siguientes representaciones:

1. Construcción e identificación de las figuras geométricas en el geoplano

Materiales:

- Geoplano
- Lana de colores
- Tijeras





PASO 1

Usar una lana de color rosado para realizar el contorno de un triángulo rectángulo en una esquina del geoplano, con esta medida construir los otros triángulos rectángulos en los tres vértices faltantes.



PASO 2

Con una lana de color amarillo se bordea el cuadrado resultante, teniendo en cuenta que este representa el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo.



PASO 3

Teniendo en cuenta la medida de los triángulos rectángulos construidos con la lana rosada, se reconstruyen de tal manera que formen dos rectángulos (uno horizontal en la parte inferior izquierda y otro vertical en el vértice superior derecho del geoplano)



PASO 4

De igual manera se toma la lana amarilla y sin cortarla se realiza el contorno de los dos cuadrados que resultaron, estos representan los cuadrados de los catetos del triángulo rectángulo.

2. Demostración con fichas del tangram

Materiales:

- Foami de colores
- Regla
- Tijeras
- Lápiz





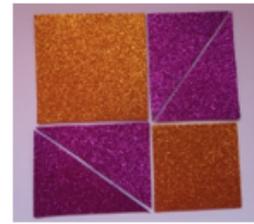
PASO 1
Realizar con un color de foami cuatro triángulos rectángulos con medidas de sus catetos: 8 cm, 6 cm e hipotenusa de 10 cm; con otro color de foami se recorta tres cuadrados, el primero de 6x6 cm (a), el segundo de 8x8 cm (b) y el tercero de 10x10 cm (c).



PASO 2
Se toma un triángulo rectángulo y en compañía de los tres cuadrados se sitúan de tal forma que el cuadrado (a) se ajuste en el cateto menor, de igual manera se hace con el cuadrado (b) situándolo en el cateto mayor y por último el cuadrado (c) sobre la hipotenusa. (teorema de pitagoras)



PASO 3
Luego de construir el teorema de pitagoras se toman los cuatro triángulos rectángulos y se sitúan de tal manera que construyan un cuadrado siendo estos los vértices del mismo, por último, se toma el cuadrado (c) y se ve observa que este se ajusta al centro que dejan los triángulos.



PASO 4
Ahora se hará el siguiente paso de la demostración de Chou Pei, donde los cuatro triángulos rectángulos se trasladan de tal manera que forman dos rectángulos y en compañía de los cuadrados (a) y (b) forman el cuadrado resultante en el paso anterior.

3. Dimensiones de un triángulo rectángulo con arena

Materiales:

- Palos de balsa
- Arena
- Acetato
- Silicona
- Cinta de color





PASO 1

Se toma los palos de balsa y se cortan formando dos cuadrados unidos, por un lado. Posterior a esto se cortan las divisiones formando el croquis del teorema de Chou Pei.

PASO 2

Con ayuda de una broca o en su defecto con un destornillador, se abre dos agujeros en las partes señaladas con el fin de que pase la arena, para luego pegar todas las partes con silicona.

PASO 3

Después se toma la medida de la figura sobre el acetato, se recorta y se pega con silicona, dejando un espacio para insertar la arena.

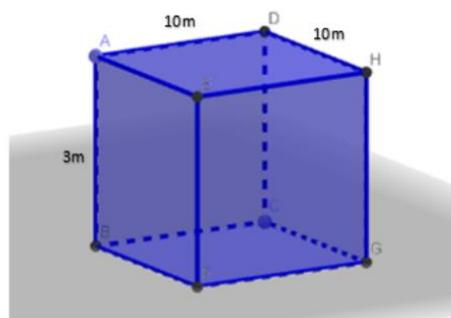
PASO 4

Se llena con arena de tal manera que el cuadrado mayor quede totalmente lleno y se cierra la abertura por donde ingreso esta. Por último, se adorna los bordes de la figura con cinta decorativa.

Etapas de afianzamiento

Al finalizar la explicación se proponen algunos ejercicios de aplicación, que ayudaran a repensar la demostración mediante situaciones problema que se presentan en la cotidianidad, esto con el fin de poner a prueba lo enseñado y las diferentes habilidades lógico matemáticas que se evidencian en estas situaciones. Una de ellas está planteada así:

Un ingeniero fue contratado para hacer piscinas en dos hoteles distintos: en el hotel "las estrellas" le piden que haga una piscina en medio de un jardín, donde uno de sus extremos tiene medidas de 6 y 8 metros (imagen A) y se pide que la piscina tenga una profundidad de 3 m; por otro lado, el hotel "la cabaña" le pide hacer dos piscinas, una pequeña de 6 m de largo por 6m de ancho con profundidad de 1 m y otra con medidas de 8m de largo por 8m de ancho con profundidad de 2 m (imagen B).



El ingeniero quiere saber, ¿Cuánto le costara pintar cada piscina?, tenga en cuenta que por cada metro cuadrado que se pinta, el ingeniero cobra 20.0000 pesos. ¿Qué otros resultados usted puede deducir respecto al teorema de Pitágoras y sus demostraciones, realizando este ejercicio?

Hotel Las Estrellas

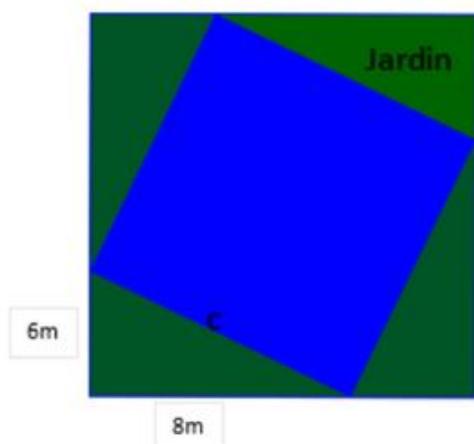


Imagen A

Hotel La Cabaña

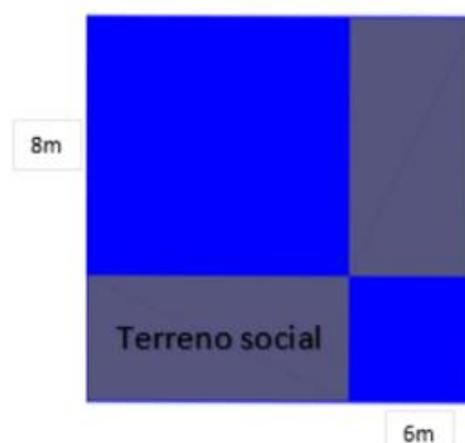


Imagen B

Bibliografía

Sánchez Muñoz José Manuel (2011) *Historias de Matemáticas Las Escuelas Jónica y Pitagórica*, recuperado de <file:///C:/Users/USUARIO/Downloads/Dialnet-LasEscuelasJonicaYPitagorica-3744293.pdf>

<https://www.caracteristicas.co/pitagoras/>

<http://bdigital.unal.edu.co/4613/13/patriciohaldaneacevedo.2011.pdf>