



# Congreso Internacional de Educaciones, Pedagogías y Didácticas

**Pedagogías críticas  
latinoamericanas**

Tunja - Boyacá

# 2020

Del 6 al 9 de octubre

**Experiencias de maestras y maestros**



**Uptc**  
Universidad Pedagógica y  
Tecnológica de Colombia

ACREDITACIÓN INSTITUCIONAL  
DE ALTA CALIDAD  
MULTICAMPUS  
RESOLUCIÓN 2810 DE 2013 MEN / 9 AÑOS

**FACULTAD**  
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Maestría en Educación

Maestría en  
Gestión  
Educativa

LA UNIVERSIDAD  
QUE QUEREMOS

## **LA INGENIERÍA DIDÁCTICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES.**

### **Autores:**

**Aguilar Jerez, Andrés Fernando**

**Caro, Edgar Orlando**

Instituto técnico agrícola Rafael Ortiz González, Santa Bárbara, Santander

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

### **Correo electrónico:**

[Andres.aguilar02@utpc.edu.co](mailto:Andres.aguilar02@utpc.edu.co) ; [edgar.caro@uptc.edu.co](mailto:edgar.caro@uptc.edu.co)

**Eje temático:** Mediaciones Educativas con Tecnología

**Resumen:** La presente ponencia de cuenta del proceso de investigación en la cual se estudió, de qué manera las situaciones didácticas inciden en el desarrollo de competencias en la enseñanza y aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales usando simuladores Phet como herramienta TIC, en los estudiantes de grado undécimo del instituto técnico agrícola Rafael Ortiz González, del municipio de Santa Barbara en Santander. La investigación se enfocó en la ingeniería didáctica como metodología de investigación, realizando un proceso de concepción, observación y análisis de secuencias didácticas diseñadas para implementar en la práctica pedagógica, este proceso, constó de cuatro fases: el análisis preliminar, donde se estudian tres dimensiones: la epistemológica, cognitiva y didáctica de los Sistemas de Ecuaciones Lineales (SEL), de este análisis se construyen las secuencias didácticas para estudiar los SEL y circuitos

eléctricos; el análisis a priori de las secuencias didácticas diseñadas, donde se predicen comportamientos, se estipulan las variables de estudio y se plantearon las hipótesis a comprobar; en el trabajo de campo se llevó a cabo el desarrollo, la observación y el seguimiento de las secuencias didácticas y el análisis a posteriori, el cual, se hizo a partir de los datos obtenidos en las fases anteriores, se confirmaron o refutaron las hipótesis planteadas, desde la confrontación entre el análisis a priori y el posteriori, las interacciones de los estudiantes con el entorno didáctico mediado por TIC, los simuladores Phet, en el desarrollo de las secuencias didácticas y el desarrollo de los procesos generales del pensamiento matemático.

**Palabras clave:** Teoría de las situaciones didácticas, Ingeniería didáctica, Sistemas de ecuaciones, circuitos eléctricos, simuladores.

### **Introducción**

En las matemáticas escolares, los estudiantes se sumergen en un conjunto de temáticas y actividades que deben tener un significado, un objetivo y representar una aplicación real en la vida, de esta forma, los estudiantes pueden correlacionar estos conocimientos con actividades propias de la matemática y así tener un aprendizaje significativo y desarrollar competencias matemáticas.

El uso de software, simuladores y herramientas informáticas son parte de la actualidad de diferentes industrias, y la enseñanza de la matemática no se puede centrar el aprendizaje de los conceptos y procedimientos de forma clásica y algorítmica, ya que la realidad del mundo es otra y los estudiantes necesitan centrar su atención en el análisis, reflexión y la solución de situaciones reales. Los profesores y alumnos presentan dificultades al abordar la temática de solución de sistemas de ecuaciones lineales (SEL), los primeros, buscan la mejor forma de enseñar los diversos tipos de métodos de solución, limitándose a SEL 2x2 y 3x3, en algunos casos las soluciones a problemas reales se salen de este conjunto y pierden análisis y validez, por su parte, Mora (2001) propone estudiar

la interpretación del conjunto solución de un SEL; y los segundos, los alumnos se les dificulta encontrar una aplicabilidad a esos procedimientos tediosos y rutinarios. Por esto, el uso de simuladores y software como Phet AC/CD, Ohm zone, Crocodile, Excel ayudan a facilitar los procedimientos mecánicos y centra la atención de los estudiantes en el análisis de soluciones.

De los anteriores argumentos, se puede observar una problemática que está inmersa en todos los contextos y en todos los países. En ámbito internacional, se destacan diversas ideas en el avance de la didáctica enfocando los problemas de la enseñanza de las matemáticas desde una variedad de disciplinas diferentes como: matemáticas, historia, epistemología, psicología y pedagogía, entre otras, también se plantea la colaboración del profesorado de matemáticas con los de otras disciplinas educativas. (Rico, 1995).

En Estados Unidos, Canadá y en países de Europa, se enfatiza en la solución de problemas enfocados a situaciones reales y se observa una obtención de conocimientos útiles en aspectos culturales y sociales (Kacerja, 2012). En Latinoamérica, algunos autores se enfocan en el análisis de la resolución de problemas cotidianos como de otras ciencias, el uso de las tecnologías, el diseño y el proceso de instrucción, generando así, desarrollo de competencias matemáticas y aprendizajes significativos. Por último, específicamente en Colombia, esta línea de investigación también toma fuerza, investigaciones de universidades del país muestran la creciente necesidad de enfocar los procesos educativos en la resolución de problemas haciendo el diseño y aplicación de situaciones didácticas y la inclusión de las TIC, para promover el aprendizaje, mejorar la actitud hacia la asignatura, detectar capacidades y dificultades de los estudiantes, mejorar la práctica en el aula y generar competencias matemáticas.

La investigación centra su marco teórico en la teoría de las situaciones didácticas, integrando la solución de SEL usando herramientas informáticas en contexto reales, transversalizando con una temática física, los circuitos eléctricos usando las mallas de Kirchhoff, se aborda el fenómeno de estudio principalmente desde

la investigación cualitativa, usando la observación como fuente principal en la recolección de datos. Dentro del enfoque cualitativo se emplea la metodología de la ingeniería didáctica que se apoya en el estudio y validación de casos, en la cual se realizan cuatro etapas en las secuencias didácticas: Análisis preliminar, análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori.

El alcance de los objetivos propuestos se realiza con estudiantes de grado undécimo de la institución educativa Instituto Técnico Rafael Ortiz González del municipio de Santa Barbara, Santander, quienes serán participantes de la investigación; mediante el diseño, aplicación y evaluación de secuencias didácticas integrando la temática descrita anteriormente, se pretende de la problemática expuesta, abordar concretamente la resolución de problemas, en contextos aplicados y la integración de las TIC en el aula de clase, observar y analizar: De qué manera las situaciones didácticas inciden en el desarrollo de competencias en la enseñanza y aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales usando simuladores Phet como medio en los estudiantes de grado undécimo del instituto técnico agrícola Rafael Ortiz González.

### **Metodología**

La metodología de investigación que mejor se asocia a la teoría de situaciones didácticas de Brousseau (2007), es la ingeniería didáctica. La ingeniería didáctica responde al cómo diseñar y cómo aplicar una secuencia de enseñanza, bajo las teorías expuestas, también permite pensar en las relaciones entre la investigación y la acción en el aula.

Esta metodología estipula un programa completo de investigación en didáctica de la matemática que implica estudios epistemológicos, para el diseño de instrumentos o situaciones didácticas y su aplicación, de esta forma, se pretende alcanzar los objetivos propuestos con el interés de dar respuesta a la pregunta de investigación, de acuerdo a esto se puede decir que el enfoque de investigación es cualitativo.

El proceso metodológico está enmarcado por cuatro momentos: análisis preliminar, concepción y análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori, finaliza con la contrastación de los dos análisis constituyendo la validación de la ingeniería didáctica y determinación de resultados de investigación.

### **Análisis preliminar**

Se realiza teniendo en cuenta los objetivos de la investigación y algunos análisis en un primer nivel de elaboración, se tienen en cuenta tres dimensiones en las cuales, algunas tendrán predominancia sobre otras, además de las concepciones, restricciones, dificultades y errores más frecuentes de los estudiantes (Artigue, 1995).

- Epistemológica: Recopilación de información, fuentes documentales, acerca del desarrollo histórico-epistemológico del objeto matemático a estudiar, en este caso los SEL y los obstáculos que lo promovieron.
- Cognitiva: concepciones de los estudiantes, dificultades y obstáculos que determinan su evolución.
- Didáctica: Indica cómo se aborda actualmente la enseñanza del objeto matemático y sus efectos y el análisis de campo de restricciones donde se va a situar la realización didáctica efectiva

### **Análisis a priori**

El análisis a priori se usa en cierta medida para predecir posibles comportamientos o fenómenos dentro del aula, y tener en cuenta todas las variables que no se pueden tener en consideración en la etapa anterior. El investigador diseña y organiza la secuencia didáctica, teniendo en cuenta el valor

de las variables didácticas que ha considerado. Esta etapa está basada fundamentalmente en un conjunto de hipótesis, organizadas en descriptivas y predictivas y se realizan en cada una de las situaciones didácticas planteadas en la investigación. De esta forma, en esta fase, se analizan las posibilidades de acción, selección, decisión, control y validación del estudiante. (Artigue, 1995)

### **Experimentación**

En esta etapa se pone en desarrollo las situaciones didácticas planteadas, se realiza seguimiento y observación constante de los estudiantes, los fenómenos dentro del aula, y las producciones de cada uno de ellos.

### **Análisis a posteriori**

El análisis a posteriori se hace a partir de los datos recogidos, por medio de las observaciones realizadas en la fase experimental de las secuencias de enseñanza y de las producciones de los estudiantes en clase (Artigue, 1995).

En esta fase el análisis a priori se compara con la realización efectiva y se busca los datos que rechazan o confirman la hipótesis sobre las cuales se basó. Por último, se realiza la etapa de confrontación entre el análisis a priori y a posteriori, este es el núcleo de la ingeniería didáctica, se validan o rechazan las hipótesis y se determinan los resultados de la investigación (Artigue, 1995).

La investigación tiene un enfoque cualitativo, ya que en este tipo de investigación interesa estudiar los pensamientos, acciones o emociones; patrones culturales; el proceso y el significado de sus relaciones interpersonales y con el medio (Gallardo, 2017), dentro de este enfoque se propone la ingeniería didáctica entendida como metodología de investigación, donde se realiza un proceso de concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza, asociadas a una validación por estudio de casos y basada en la confrontación del análisis a priori y análisis a posteriori. (Artigue, 1995).

El estudio de casos tiene como característica abordar de forma intensiva una unidad, que puede ser una persona, un grupo, una organización o una institución. Es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes (Stake, 1999), el proceso metodológico está enmarcado por cuatro momentos: análisis preliminar, concepción y análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori finaliza con la contrastación de los dos análisis constituyendo la validación de la ingeniería didáctica y determinación de resultados de investigación.

La recolección de datos se realiza por medio de la aplicación de instrumentos diseñados en la metodología, usando una variedad de métodos, técnicas y herramientas que son usadas por el investigador para desarrollar los sistemas de información (Behar-Rivero, 2008; Monje-Álvarez, 2011; Tamayo, 2003, citados en (Gallardo, 2017), en cuanto a la observación, se tuvo en cuenta como técnica de recolección de la información la observación participante, ya que su objetivo es comprender el comportamiento y las experiencias de las personas como ocurren en su medio natural y la descripción de la cultura desde el punto de vista de los participantes. Dentro de este tipo de técnica el investigador se involucra directamente con la actividad objeto de observación, esto exige periodos de observación prolongados sobre los elementos que se especificaron con anterioridad en el análisis preliminar y en el análisis a priori. (Monje, 2011).

Como instrumentos de recolección de información se usaron las grabaciones de audio y video y las libretas o cuadernos de notas, los cuestionarios dentro de las guías didácticas. (Gallardo, 2017).

### **Desarrollo**

De acuerdo a los pasos explicados en la fundamentación teórica referente a la ingeniería didáctica, la investigación se realizó siguiendo estrictamente los pasos definidos. Primero se realizó el análisis preliminar donde se estudiaron los aspectos epistemológicos y la evolución del concepto de SEL, se analizaron todas

las dificultades y errores que los estudiantes pueden tener al desarrollar las secuencias didácticas esta etapa es el análisis cognitivo, posterior a esto, se efectuó el análisis didáctico desde un enfoque curricular, observando la importancia que se da al concepto desde los estándares curriculares. Al finalizar esta etapa, y teniendo en cuenta todos estos análisis, se plantearon dos secuencias didácticas, basado en la estructura de Díaz- Barriga (2013) en las cuales se plantearon 4 situaciones didácticas.

La elaboración y concepción de secuencias didácticas es importante en la organización de situaciones de aprendizaje, el docente tiene la responsabilidad de proponer actividades secuenciadas que permitan establecer un clima centrado en el aprendizaje, la TSD pone énfasis en las preguntas e interrogantes que el docente propone al estudiante, en la forma como recupera las nociones que estructuran sus respuestas, como se incorporan nuevas nociones por medio de operaciones intelectuales. (Díaz- Barriga, 2013); el medio puede entenderse desde diferentes perspectivas, los humanos se desarrollan o desempeñan en diversos medios, en el medio familiar, deportivo, escolar, laboral social, etc. En el entorno escolar el estudiante debe hacer frente a un medio específico, debe conocer las reglas de juego y desarrollar estrategias para ganar el juego. De esta forma, el rol del estudiante en el medio determina el tipo de conocimiento que adquiera. En la TSD el conocimiento es el resultado de las interacciones entre el estudiante y un medio específico organizado por el docente en la situación didáctica (Sierpinska, 2003).

Posteriormente, se realizó el análisis a priori, en este momento se plantearon las variables globales y locales que se observarían en la experimentación desde tres enfoques: la resolución de problemas, uso de herramientas informáticas y aplicaciones reales, se realizó la descripción detallada de los comportamientos esperados, hipótesis, posibles errores e interacciones que los estudiantes podrían tener al enfrentarse con las secuencias didácticas y el medio.

En la fase de experimentación, se desarrollaron las secuencias didácticas con cada grupo de estudiantes haciendo uso de la TSD y el docente como guía, se realizó la observación directa, la grabación en video de las sesiones de clase y también se efectuó el desarrollo de las guías propuestas y toma de apuntes en el trascurso del trabajo de campo. Se realizaron 13 sesiones de clase con un promedio de una hora 60 minutos de grabación por clase, para finalizar, en el análisis a posteriori se contrastaron las hipótesis planteadas, los comportamientos esperados, los errores y dificultades propuestos, de esta forma, se confirmaron o rechazaron las suposiciones del análisis a priori.

Como resultado, en el análisis preliminar, abordan tres dimensiones de la temática: el análisis epistemológico que tiene que ver con el desarrollo histórico del concepto; el análisis cognitivo, que habla de las concepciones, obstáculos y dificultades de los estudiantes y, por último, el análisis didáctico que hace referencia a los métodos y formas de enseñanza del objeto matemático. Posteriormente se realizará el diseño de las situaciones adidácticas; desde el punto de vista epistemológico, el desarrollo histórico de los SEL inicia en Egipto, las primeras evidencias se observan en el papiro de Rhind, aproximadamente en el 1650 a.C. En el papiro se encuentra el uso de ecuaciones lineales de una incógnita que se solucionan por medio del método de "regula falsi" o falsa posición y sistemas de ecuaciones simultaneas, aunque no lineales.

El estudio moderno de los SEL se debe en parte a Leibniz en 1663. Diversos autores simultáneamente hablaron de determinantes, Seki Kowa matemático japonés, en su libro métodos para resolver problemas disimulados, ofrece métodos para calcular determinantes en situaciones específicas; Por otro lado, Girolamo Cardano en su obra Ars Magna (1545) expuso una regla para solucionar sistemas de dos ecuaciones lineales, el cual llamó, regulo modo, más adelante se conocería como Regla de Cramer. De acá se puede concluir que la noción de determinante surgió antes que las nociones de matrices.

En el análisis a priori, los objetivos de las situaciones didácticas en las dos secuencias fueron que los estudiantes hagan un proceso de modelamiento, formulación y resolución de problemas, que incorporen el uso de las herramientas informáticas en los procesos resolutorios y apliquen sus conocimientos en situaciones reales.

Se diseñaron dos secuencias didácticas, la primera secuencia fue introductoria, presentó una situación didáctica, tenía como fin analizar la relación existente entre las variables voltaje, corriente y resistencia, además de la experimentación en el simulador y por último la simulación del proceso y posterior modelamiento del fenómeno. La segunda secuencia, presentó tres situaciones didácticas, cada una de ellas tenía un fin específico, la primera tenía como objetivo comprender, analizar, modelar, formular y resolver, la conservación de la energía por medio de la ley de nodos, la segunda tenía como objetivo comprender, analizar, modelar, formular y resolver la conservación de la energía por medio de la ley de mallas y por último, la tercera es la situación adidáctica que reúne lo analizado y estudiado en todas las secuencias anteriores, la solución de un circuito usando las leyes de Kirchhoff, los sistemas de ecuaciones lineales y los simuladores Phet como medio.

El uso de herramientas informáticas como software, simuladores, ambientes computacionales entre otros, y el desarrollo de nuevas tecnologías de la información y la comunicación con el internet ha abierto nuevos espacios en el ámbito educativo, posibilitando nuevos ambientes de aprendizaje, donde predomina la interactividad, la innovación y facilita al estudiante la construcción de su propio conocimiento. (Díaz, Importancia de la simulación Phet en la enseñanza y el aprendizaje de fracciones equivalentes, 2017)

Las secuencias tuvieron actividades donde el trabajo se realizó de forma individual, de esta forma damos paso a la situación acción incluyendo las intenciones, acciones y retroacciones. Por otra parte, se realizó un trabajo en parejas, en esta parte se da el paso a situaciones de formulación donde los

estudiantes comparten sus hallazgos y generan así una interacción, en este aparte, se decidió actuar sobre un determinado número de variables no fijadas por en el análisis preliminar, estas variables son llamadas variables de comando y existen de dos clases: las variables macro-didácticas o globales, tienen que ver a la organización general de la ingeniería y las variables micro-didácticas o locales, concernientes a la organización local es decir de una secuencia o una fase.

En el análisis a posteriori, de acuerdo a los datos tomados, se analiza en qué momentos de la realización de la secuencia didáctica se pudo observar tanto las dificultades o errores propuestos, nuevas dificultades y errores y además las variables de estudio de la investigación en el marco de las situaciones didácticas, se pudo observar que los estudiantes tuvieron dificultad en el paso del pensamiento numérico al espacial, y también en el uso de aproximaciones, cifras decimales, los estudiantes como estaba previsto, mostraron grandes dificultades en el uso del software Excel, al realizar la tabulación no tuvieron en cuenta el tipo de variable, si era dependiente o independiente, tampoco recordaban o no sabían las funciones necesarias para realizar gráficas, líneas de tendencia y ecuaciones. De acá se puede constatar cómo un ambiente computacional en la resolución de problemas ayuda a reflexionar y a analizar los conceptos (Betancourt, 2009).

En cuanto al simulador, los estudiantes no mostraron mayores dificultades, contradiciendo uno de los comportamientos esperados, entendieron la interfaz y observaron diferentes retroacciones del simulador que los llevaba a validar sus hipótesis. Los estudiantes fueron capaces de realizar una relación entre las variables de voltaje y corriente de una forma verbal comunicaron esta relación y estipularon predicciones verbales de los valores, al pasar al modelamiento de esta situación hubo una ruptura total, y hubo una gran dificultad para encontrar la relación entre las tres variables voltajes, intensidad y resistencia. Pero la relación más intuitiva que se encontró fue una relación directa entre voltaje y

corriente. De esta forma, los estudiantes muestran el desarrollo de competencias matemáticas al realizar comparaciones con el medio, son capaces de dar respuestas y tiene mayor afinidad con las nuevas tecnologías. (Kacerja, 2012).

En la primera secuencia didáctica los estudiantes integraron los procesos generales del pensamiento matemático y se evidencia la resolución de problemas como eje principal de la enseñanza de la ley de ohm haciendo uso del simulador y Excel mediando esta interacción. La validación de los conocimientos adquiridos se da haciendo uso del medio al formular y exponer sus hallazgos y conclusiones como, por ejemplo: la corriente se desplaza del polo positivo a negativo y realizando el cambio de la orientación de la batería. Es así como se puede observar el proceso de modelación al propiciar la resolución de situaciones cercanas a la vida real y la construcción de modelos (Vargas, Escalante, & Carmona, 2018).

El proceso de la construcción de la relación entre las variables intensidad, resistencia y voltaje es la etapa de modelamiento y formulación del problema, es en esta etapa donde se mostraron las mayores dificultades para hacer procesos generales del pensamiento en matemática, dado que requirió una gran cantidad de conocimientos y presaberes en todo el desarrollo, tener claro los algoritmos y las operaciones aritméticas y algebraicas principalmente.

En los datos se muestran las fases de la TSD, los estudiantes propusieron sus intenciones de forma oral en algunas ocasiones y se realizaron estas acciones sobre el medio, al observar la retroacción del medio, los estudiantes realizaron un proceso de formulación en donde se preguntan entre ellos o incluso se corrigen. Posterior a esto se realizó el proceso de validación, es acá, donde se enfatiza la importancia del medio, en este caso los simuladores Phet dado que la retroacciones permiten la validación y reestructuración de las acciones que los estudiantes desarrollan (García, Coronado, & Giraldo, 2015). Es así como se puede observar que los estudiantes desarrollaron un aprendizaje y también competencias matemáticas como la comunicación, dado que explican el proceso,

lo justifican y demuestran de forma consistente utilizando el lenguaje oral y escrito con claridad, fluidez y adecuadamente en el proceso del desarrollo del problema (Arreguín , Alfaro , & Ramirez, 2012).

Esta situación didáctica y la fase evaluativa conforman el núcleo de la investigación y de la teoría de situaciones didácticas, todos los objetivos y pretensiones esperados para la investigación se enfocan en la solución de circuitos de Kirchhoff por medio de la solución de sistemas de ecuaciones lineales, construyendo el conocimiento desde cero y pasando por las situaciones didácticas de la uno a la tres, haciendo uso de los simuladores y sus retroacciones como medio y también Excel para complementar el constructo de soluciones.

Se partió de la idea que los estudiantes en este punto necesitan desarrollar los procesos generales del pensamiento en matemáticas, por encima de volver los problemas en ejercicios rutinarios y mecánicos donde la dificultad recae en realizar algoritmos tediosos, donde muchas veces esto se convierte en el objetivo principal del estudiante, aprenderse un sin número de pasos para poder resolver un ejercicio, en el cual al menor error de procedimiento el estudiante continúa sin saber y llega a respuestas erróneas, y no es hasta cuando el docente realiza la calificación o evaluación, que el estudiante tiene la oportunidad de corregir o refrendar lo que ha realizado.

En esta oportunidad el estudiante se enfrentó a un problema real con un contexto aplicado como los circuitos, ellos se comportan como investigadores del problema, su principal preocupación es el análisis, modelamiento, construcción, inventiva, desarrollo, comunicación, formulación del problema en sí (Ministerio de Educación Nacional, 1998), centran todos sus esfuerzos en la construcción del conocimiento con ayuda del simulador y las retroacciones que este genera, validar los procesos, intentos, e hipótesis, corrigen sus pasos y refinan las teorías propuestas al final se considera que se adquiere un conocimiento valioso y significativo para su vida, que los ayudará en algún campo de la ciencia en un futuro.

## **Conclusiones**

La aplicación de situaciones problema con un contexto real como los circuitos eléctricos, incorpora los procesos generales de la actividad matemática planteados por el Ministerio de Educación Nacional (1998), y permite desarrollar en los estudiantes: el razonamiento lógico y deductivo de los estudiantes, al buscar una forma de solución, generando diferentes hipótesis y corroborándolas; la modelación de estas situaciones, haciendo un tránsito entre el pensamiento métrico, espacial y variacional, cuando los estudiantes son capaces de entender el fenómeno por medio de la toma y análisis de datos y posterior representación gráfica y ecuación matemática; la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, al desarrollar sin número de procedimientos para alcanzar los objetivos propuestos y por último la comunicación, cuando los estudiantes son capaces por medio de sus palabras o escritos expresar las ideas y conclusiones de los problemas.

Según la TSD de Brousseau (2007) el conocimiento se desarrolla en las fases de acción, formulación y validación. Se constata que estas etapas están presentes en pequeños ciclos a lo largo de la situación didáctica, cuando se realizan las acciones sobre el medio y no en un proceso totalizador a lo largo de la realización de los problemas.

El simulador Phet como medio en la TSD, permite analizar las intenciones y acciones que el estudiante realiza sobre el medio y el impacto de las retroacciones sobre su aprendizaje, se observa la forma como se da el aprendizaje por adaptación y comprueba la relación que existe entre los componentes de esta teoría, de acuerdo a Acosta, Monroy y Rueda (2010) el sujeto tiene una intención y para alcanzarla realiza una acción sobre el medio y este genera una retroacción que valida o invalida la acción.

El simulador es una herramienta principal en el proceso de validación del conocimiento, aunque posee aspectos limitados, debido a que no se pueden programar retroacciones, pero con las retroacciones propias del programa, se constató la incidencia de este en la validación de los procesos de construcción, modelamiento y resolución de problemas, además la herramienta Excel, complementó el proceso de validación por parte de los estudiantes. La tecnología en el salón es indispensable para poder trabajar sobre el medio, esto probablemente también se convierta en una limitación y por último el número de estudiantes, debido a que esta metodología observa, particulariza y analiza la interacción de los participantes en la situación didáctica.

La integración de la resolución de problemas como eje fundamental de la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales con herramientas informáticas como medio, ayuda a desarrollar los procesos generales de la actividad matemática, complementa y reúne algunos tipos de pensamiento matemático y contenidos básicos, transversaliza y conecta diversos contextos de las mismas matemáticas, de la vida diaria y otras disciplinas.

### **Bibliografía**

Acosta , M., Monroy, L., & Rueda, K. (2010). Situaciones a-didácticas para la enseñanza de la simetría axial utilizando cabri como medio. *Revista Integración* , 173-189.

Arreguín, L., Alfaro , J., & Ramirez, M. (2012). Desarrollo de competencias matemáticas en secundaria usando la técnica de aprendizaje orientado en proyectos. *Revista Iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambio en Educación*, 264-284.

Artigue, M. (1995). *Ingeniería didáctica en Educación Matemática. La enseñanza de los principios del Cálculo: Problemas epistemológicos, Cognitivos y Didácticos.* . México: Iberoamérica.

Betancourt, Y. (2009). Ambiente computacional para apoyar la enseñanza de la resolución de Sistemas de ecuaciones lineales en la educación superior. . México: Tesis de maestría no publicada, CINVESTAV-IPN.

Brousseau, G. (2007). Iniciación a la teoría de situaciones didácticas. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Díaz- Barriga, Á. (2013). Guía para la Elaboración de una Secuencia Didáctica. Comunidad de conocimiento Unam, 1-15.

García, B., Coronado, A., & Giraldo, A. (2015). Orientaciones Didácticas para el Desarrollo de Competencias Matemáticas. Florencia: Universidad de la Amazonia.

Gallardo, E. (2017). Metodología de la Investigación. Huancayo: Universidad Continental.

Kacerja, S. (2012). Real-life contexts in mathematics and students' interests. Albania: University of Agder.

Ministerio de Educación Nacional, (. (1998). *lineamientos curriculares de Matemáticas*. Bogotá: MEN.

Monje, C. (2011). Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa. Guía didáctica . Neiva: Universidad Surcolombiana.

Mora, B. (2001). Los modos de pensamiento en la interpretación de la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. México: Tesis no publicada, CINVESTAV-IPN.

Rico, L. (1995). *Didáctica de la Matemática como campo de Problemas*. Las Palmas: Repetto y Marrero Editores.

Stake, R. (1999). Investigación con estudio de casos. Madrid: Ediciones Morata, S.L.

Vargas, V., Escalante, C., & Carmona, G. (2018). Competencias Matemáticas a través de la implementación de actividades provocadoras de modelos. . Educación Matemática, 213-236