



Congreso Internacional de Educaciones, Pedagogías y Didácticas

Pedagogías críticas latinoamericanas

Tunja - Boyacá

2020

Del 6 al 9 de octubre

Experiencias de maestras y maestros

ANÁLISIS DE ALGUNAS ENTRADAS CLÁSICAS A LA GEOMETRÍA: SUPERFICIE Y ÁREA

Autores:

Pedraza Espíndola, Lennys Fabián

González Sánchez, Diego Fabián

Fundación Pedagógica Rayuela – Tunja

Institución Educativa Manuel Elkin Patarroyo - Girardot

Correo electrónico:

lennysf26@gmail.com ; difagosa@gmail.com

Eje temático: Educación Matemática

Resumen: En esta comunicación se expresan aspectos relacionados con el aprendizaje de la geometría, en lo que atañe a las nociones de superficie y área, bajo un análisis semiótico en las categorías de agrimensor e inventor artesano propuestas por Duval y Sáenz (2016). Se propone el diseño y evaluación de una situación didáctica denominada "formas entre formas", implementada en estudiantes de Arcadia (grado décimo) de la Fundación Pedagógica Rayuela de la ciudad de Tunja. Esta situación está dada con el objetivo de identificar los significados personales y las representaciones emergentes en las nociones de superficie y área. Se presentan resultados de una metodología mixta con preponderancia a lo cualitativo en el análisis de cinco etapas presentadas en la situación didáctica, en lo referente a lo icónico en la entrada clásica del agrimensor y lo no icónico en la entrada clásica del inventor artesano, centrando

esta última en el análisis de las deconstrucciones de tipo mereológica estrictamente homogénea, homogénea y heterogénea, a partir de lo cual se han reconocido aspectos relevantes sobre el conocimiento didáctico y teórico relacionado con el pensamiento geométrico, específicamente en lo que se refiere a visualizar cómo los estudiantes construyen nociones ligadas a la superficie y el área; por lo tanto, es de importancia el diseño de tareas orientadas a los procesos heurísticos de carácter inductivo y deductivo, diseño que se le presenta a los estudiantes para inducir competencias en procesos del desarrollo del pensamiento geométrico.

Palabras clave: representaciones semióticas, deconstrucción, entradas clásicas, significados personales, superficie y área.

Planteamiento del Problema

Dentro del campo de la educación matemática se aborda la resolución de problemas (Schoenfeld, 1992; Polya, 1965) como línea de investigación, a partir de la cual se han presentado diversas experiencias en las que se evidencia su eficacia metodológica, incluso sin realizar un análisis teórico de lo que sucede cognitivamente en el desarrollo de estos procesos, ligados a la comprensión de objetos matemáticos (Parraguez, Rojas & Vásquez, 2015).

Para el análisis de los procesos relacionados con la solución de situaciones problema que involucran objetos matemáticos en contextos geométricos, se utilizan marcos teóricos que reflexionan sobre aspectos cognitivos y ontológicos emergentes de un sistema de prácticas (Godino & Font, 2007), tales como la teoría de Registros de Representación Semiótica (Duval, 1993), la teoría de los Significados Sistémicos (Godino & Batanero, 1994), para clasificar las representaciones y significados personales derivados de situaciones de aprendizaje que responden a la pregunta de investigación: ¿de qué manera las representaciones y significados personales en torno a la noción de área y

superficie se articulan con las entradas clásicas del agrimensor y el inventor artesano?

Se plantean entonces interrogantes en torno a la identificación de cualidades de una forma dada, además de indagar sobre las percepciones por parte de los estudiantes en torno a las nociones de superficie y área, con el fin de hacer visibles los significados declarados y las representaciones iniciales de los estudiantes; además, se plantea la revisión en torno a tres formas propuestas, buscando identificar la manera en que estos pueden medir la superficie y determinar el cálculo del área.

Consideraciones Teóricas

El estudio de superficies constituye un amplio campo investigativo en la didáctica (Triana, Guacaneme, Navarro, López & Orozco, 2014), y su interés por diseñar situaciones en las que se empleen los diversos significados institucionales relativos al estudio de formas permite que se indague sobre el sentido en que se realiza la comprensión de figuras geométricas.

En este apartado se relacionan aspectos de los marcos teóricos implementados que se consideran relevantes para dar respuesta a la pregunta de investigación. Para profundizar en los marcos se sugiere la lectura de Semiosis y Pensamiento Humano (Duval, 1999) y Un Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Godino, Batanero & Font, 2007).

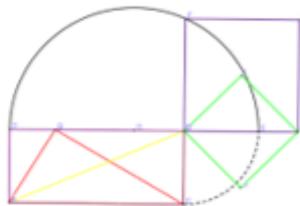
Teoría de Registros de Representación Semiótica

En un recorrido epistemológico y fenomenológico, se encuentran procesos de análisis de las superficies en contextos geométricos de la antigua Grecia, donde a partir de los intentos de solución de uno de los problemas clásicos de la antigüedad (la cuadratura del círculo), se dio origen al proceso de descomposición de polígonos en triángulos (denominado método de exhausción), en el cual se descompone el polígono de n lados, en $n-2$ triángulos, con un vértice

común, luego, se cuadra cada triángulo (Figura 1) y por último, se suman las áreas de los cuadrados usando el teorema de Pitágoras (Sánchez, 1994, p. 7) (Figura 2).

Figura 1

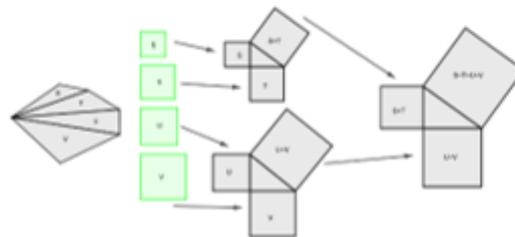
Construcción de la Cuadratura de un Triángulo Empleando Regla y Compás



Fuente: Adaptado de Sánchez (1994, p.8)

Figura 2

Forma Empleada por los griegos para Cuadrar Cualquier Polígono



Fuente: Adaptado de Sánchez (1994, p.7)

Estos procesos son empleados por los estudiantes en muchas ocasiones de manera inconsciente.

Los procesos relacionados con la comprensión en matemática se enmarcan en el uso de las representaciones. Estas se encuentran ligadas a procesos cognitivos, para los cuales es necesario diferenciar el tipo de representaciones emergentes en la aprehensión.

La creación de una noción depende en gran medida de la calidad de representaciones que un individuo puede crear de un objeto matemático, en este sentido Duval (1999) plantea tipos de representación que se asocian a los

procesos comunicativos. En primer lugar, plantea que el paso de la conciencia a la no conciencia se ve mediada por el carácter del observador, en este sentido, la atención del observador se fija de manera consciente en la visión de algo que inmediatamente toma un estatus de objeto, y la no conciencia constituye en no fijar la atención en alguna cosa, la cual pasa desapercibida para el observador. Para Duval (1999) el paso de la no conciencia a la conciencia constituye un proceso de objetivación, en el cual, el individuo percibe elementos y aspectos que antes eran imperceptibles, lo cual genera en él una representación de carácter mental para emplear posteriormente en la comprensión de una situación.

Por otra parte, se tiene la oposición de lo externo/interno, que se puede comprender desde lo que para un sujeto es directamente visible y lo que no lo es; aquí es importante diferenciar entre dos tipos de representación: la representación externa, es decir, la que el individuo logra hacer visible para otros y constituye la primera etapa de un proceso comunicativo; y la representación interna que, por el contrario, constituyen el conjunto de representaciones que son propias de un sujeto y no son compartidas o exteriorizadas por medio de una representación externa (Duval, 1999).

Esta manera de clasificar las representaciones permite hacer visible las diferentes maneras en que un estudiante puede abordar un objeto, además de la manera en que realiza tratamientos sobre sus representaciones.

Ahora bien, en el caso de las representaciones mentales, estas se configuran desde la aparición de objetos sin necesidad de la existencia de un ente perceptible (Duval, 1999), generan una estructura de asociación de las nociones del objeto y permiten que sean usadas en el análisis de situaciones.

Todas estas configuraciones dan paso a la creación de *representaciones semióticas*, las cuales configuran un sistema que permite la comunicación y comprensión de un objeto. Para que una representación funcione

verdaderamente como una representación, es necesario que se cuente con al menos dos sistemas de representación semiótica y que el individuo pueda convertir de un sistema semiótico a otro las representaciones sin que el sujeto pueda siquiera notarlo (Duval, 1999).

La multiplicidad de sistemas semióticos de representación da paso al análisis de actividades que se pueden clasificar de acuerdo al registro que se emplee en la comunicación de las nociones relativas a un sistema de prácticas. Así, para efectos de este trabajo realizaremos una descripción de algunos registros de representación, trascendentes en el análisis de las situaciones propuestas en este texto.

En primer lugar, *el registro en lenguaje natural*, el cual permite tratar los objetos matemáticos en símbolos codificados como palabras, de tal manera que es posible introducir definiciones, así como descripciones y designaciones (Macias, 2014).

En segundo lugar, *el registro de representaciones numéricas (algebraicas)*, en el cual es posible realizar la identificación de cualidades de formas empleando símbolos propios de la matemática como números, operadores y símbolos empleados en la constitución de ecuaciones (letras que representan incógnitas o variables).

En tercer lugar, *el registro figural icónico*, el cual agrupa los dibujos, esquemas, trazos, marcas, entre otros, que representan las cualidades visibles de los objetos a trabajar.

Estos tres registros hacen parte de las herramientas constituidas en la comunicación de los resultados de una actividad a los que se enfrenta el estudiante y el profesor que intenta interpretar la noción creada por el estudiante.

En cuanto a las figuras geométricas, es necesario comprender la manera en que se pueden representar, ya que, en particular, la geometría presenta una dificultad

elevada por la movilización de sistemas semióticos relacionados con lo icónico (lo que se ve), la percepción (creencias o suposiciones a falta de representaciones icónicas) y el gesto (representaciones con intención de manifestar icónicamente una noción). Gempeler y Duval (2010) diferencian dos maneras de constituir la visión sobre figuras: la yuxtaposición y la superposición. En la primera, hace referencia a las unidades figurales que unidas (ya sea por vértices o segmentos) forman una figura susceptible de ser interpretada por partes, privilegiando la interpretación de figuras 2D centrados en la interpretación de la superficie. En la segunda, se hace evidente la necesidad de hacer trazados prolongados de otros pertenecientes a la figura, donde se enfoca la movilización de propiedades geométricas a la interpretación de figuras 1D.

Estos cambios de mirada dan paso a un planteamiento formulado por Duval y Sáenz en el año 2016, *las entradas clásicas a la geometría*.

Entradas Clásicas a la Geometría

Duval y Sáenz (2016), plantean las dificultades emergentes en el momento en que los estudiantes ingresan al estudio de la geometría y afirman que la complejidad de esta área recurre al gesto, el lenguaje y la mirada. En las insidias presentes al observar una forma plantean cuatro entradas clásicas desde los procesos que se movilizan dependiendo del tipo de actividad que se proponga. Una primera entrada es la del *botánico*, la cual consiste en aprender a reconocer las formas de acuerdo a los aspectos cualitativos que la forma deja ver, por ejemplo, el número de lados, la cantidad de vértices, entre otros, y cómo se emplean para comparar formas y clasificarlas. En segundo lugar, se tiene la entrada del *agrimensor*, según la cual se relacionan fundamentos de la medición, como longitudes, áreas, perímetros, con el fin de realizar interpretaciones gráficas de lo que se observa, por ejemplo, en el dibujo de planos; en el desarrollo de esta entrada aparece el uso de fórmulas como eje fundamental en la comprensión de características de formas y cómo ellas permiten movilizar procesos geométricos relacionados con la comparación. En tercer lugar, aparece

la entrada del *constructor*, en la que se interpretan las formas por medio de su construcción empleando elementos que simulan las primitivas del objeto; aquí es posible ser consciente sobre el hecho de que las propiedades geométricas no son características perceptivas. Por último, se plantea la entrada clásica del *inventor artesano*, donde se aborda la forma en que es posible deconstruir formas para su posterior análisis, transformando formas en otras que son más familiares para la persona que observa; es importante entender que las actividades deben propender por un abordaje heurístico, el cual se evidencia al realizar trazados suplementarios con el fin de identificar formas existentes dentro o fuera de la forma de partida (Duval & Sáenz, 2016).

La importancia de movilizarse entre estas cuatro formas de ver es evidente en la enseñanza de la geometría, ya que cada una moviliza propiedades diferentes. El acto de ver una figura debe constituir un reflejo, en el cual sea posible “descomponer toda forma, que se reconoce de entrada en un conjunto de trazos o en cualquier figura de partida, en una configuración de otras unidades figurales del mismo número de dimensiones o de uno inferior” (Duval & Sáenz, 2016, p. 23); esta afirmación permite que la interpretación de formas varíe dependiendo del nivel de no iconicidad que se trabaje, para lo cual es necesario que la persona que observe pueda realizar divisiones o transformaciones de la forma que se está estudiando y de esta manera pueda utilizarlas heurísticamente.

Para este uso heurístico es necesario poder dividir la figura en unidades figurales, como en el caso de un rompecabezas; a esta división se le llama *mereológica*, la cual hace referencia a la división de un todo en partes que se pueden yuxtaponer o superponer (Duval & Sáenz, 2016). La descomposición mereológica es posible realizarse de tres formas; *estrictamente homogénea*, *homogénea* o *heterogénea*.

La descomposición estrictamente homogénea, consiste en romper la figura inicial en unidades figurales, que por lo general se realizan por medio de una cuadrícula, la cual cumple la función de soporte de representación (Figura 3). La descomposición homogénea (Figura 4) se hace en unidades figurales de

diferentes formas a la figura de partida, pero todas ellas tienen la misma forma. La descomposición heterogénea (Figura 5), consiste en descomponer una figura en unidades figurales de diferentes formas (Duval & Sáenz, 2016).

Figura 3

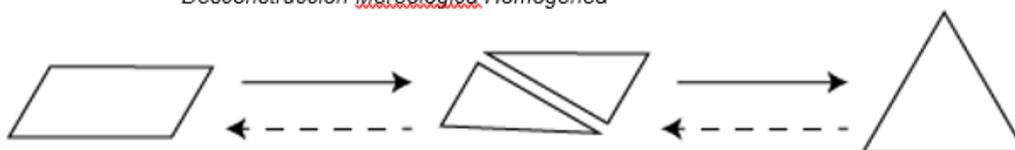
Desconstrucción Mereológica Estrictamente Homogénea



Fuente: Adaptado de Duval y Sáenz (2016, p.29)

Figura 4

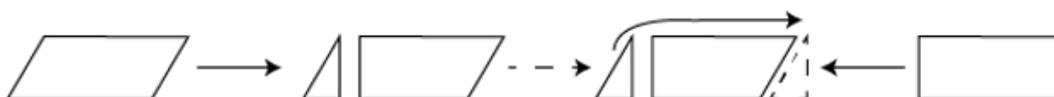
Desconstrucción Mereológica Homogénea



Fuente: Adaptado de Duval y Sáenz (2016, p.29)

Figura 5

Desconstrucción Mereológica Heterogénea



Fuente: adaptado de Duval y Sáenz (2016, p.29)

Teoría de los Significados

En el desarrollo de un enfoque asociado a la semiótica y ontología de los objetos, surge el Enfoque Ontosemiótico propuesto por Godino y Batanero (1994), enfoque en el que se articulan diversas teorías de la educación matemática; como soporte al presente trabajo se resaltan algunas nociones pragmatistas propios de la *teoría de los significados sistémicos* (TSS), direccionadas a la comprensión de áreas y perímetros en un sistema de prácticas (matemáticas) operativas y discursivas.

Como punto de partida se entiende a la TSS como una teoría que toma como base supuestos antropológicos y pragmatistas para desarrollar y comprender el

conocimiento matemático; entonces, es importante aclarar que una práctica matemática es la relación entre el lenguaje (verbal o icónico) y todas las acciones intencionales e involuntarias puestas en juego para el desarrollo de una situación problema, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas (Godino & Font, 2007); por tanto, un sistema de prácticas conlleva la emergencia de las nociones de *objeto personal* (propio de la construcción de los estudiantes) e *institucional* (relativo al objeto que fue consensuado por una comunidad académica y/o investigativa).

De otra manera, se entiende al conjunto de un sistema de prácticas como un *significado emergente*, los cuales pueden ser institucionales o personales, dependiendo de la entidad que está haciendo uso de este sistema. A continuación, se presenta un resumen de la tipología de significados emergentes en el diseño y ejecución de una situación problema (Figura 6).

Figura 6

Significados Personales e Institucionales



Fuente: [Godino \(2014, p.14\)](#)

De esta forma, en Godino (2014), se consideran los significados institucionales propios del conocimiento del docente en diferentes tipos, como sigue: *implementado* (significado parcial del objeto llevado al proceso de enseñanza); *evaluado* (significado parcial del objeto llevado al término del proceso de enseñanza para evaluar aprendizajes); *pretendido* (significado parcial del objeto puesto en marcha en la planificación de un proceso de enseñanza); y *referencial* (significado global del objeto, del cual se desprende el significado pretendido).

De igual manera, en Godino (2014), se consideran los significados personales propios de los sistemas de prácticas desarrollados por los estudiantes, estos son: *global* (el cual corresponde a los sistemas de prácticas personales que manifiesta el sujeto relativas a un objeto matemático); *declarado* (el cual se refiere a las prácticas expresadas en pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional); y *logrado* (el cual corresponde a las prácticas expresadas que están alineadas al significado pretendido por parte del docente).

Es por esto que en el momento y diseño de una secuencia didáctica como "formas entre formas" se tienen en cuenta los significados institucionales asociados al área (áreas y método de exhaustión) propuestos por González (2020) en la construcción holística del objeto integral, y la identificación de los significados personales emergentes.

Metodología

Este trabajo se formula a partir del análisis de las representaciones y significados personales emergentes de la interacción de estudiantes de grado décimo (Arcadia) de la Fundación Pedagógica Rayuela, donde se obtuvieron resultados de una metodología mixta con preponderancia a lo cualitativo en el análisis de las cinco etapas presentadas en la situación didáctica, en lo que se refiere a lo icónico en la entrada clásica del agrimensor y lo no icónico en la entrada clásica del inventor artesano, centrando esta última en el análisis de las

deconstrucciones de tipo mereológica estrictamente homogénea, homogénea y heterogénea, donde se han reconocido aspectos relevantes sobre el conocimiento didáctico y teórico relacionado con el pensamiento geométrico, específicamente en visualizar cómo los estudiantes construyen nociones ligadas a la superficie y el área.

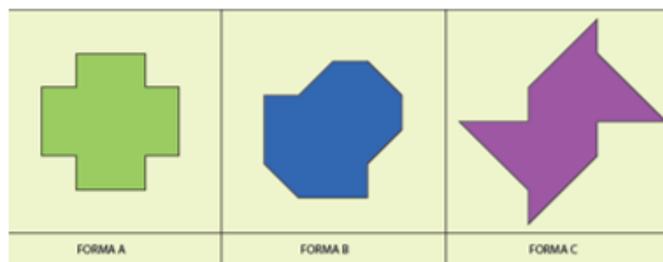
En la primera etapa, se plantean interrogantes en torno a la identificación de cualidades de una forma dada, además de indagar sobre las percepciones por parte de los estudiantes en torno a las nociones de superficie y área, con el fin de hacer visibles los significados declarados y las representaciones iniciales de los estudiantes.

En una segunda etapa, se plantea la revisión en torno a tres formas (Figura 7); en esta etapa se busca identificar la manera en que los estudiantes pueden medir la superficie y determinar el cálculo del área.

Como tercera etapa, se analizan los significados evaluados y representaciones propuestas por los estudiantes, al momento de deconstruir las formas propuestas (Figura 7), para llegar a determinar la medida de la superficie.

En la cuarta etapa, se plantea una situación en la que se extraen los significados personales emergentes de comparar áreas entre las formas propuestas (Figura 7), con el objetivo de analizar la relación entre formas que conservan la misma área, pero tienen diferentes contornos.

Figura 7
Significados Personales e Institucionales



Fuente: Godino (2014, p.14)

En la quinta etapa, se plantea una actividad basada en el análisis de la reorganización de partes de una forma (deconstrucción mereológica) y los trazos auxiliares empleados, a partir de los procesos heurísticos llevados a cabo por los estudiantes.

Análisis de Resultados

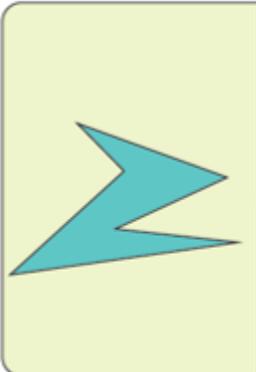
En este apartado se describen los resultados obtenidos en la aplicación de la situación didáctica "formas entre formas" mostrando la situación planteada en cada etapa.

Etapa 1

Figura 8

Primeras dos Preguntas de la Etapa 1 de la Situación Didáctica "Forma entre Formas"

Observa la forma y responde las preguntas.

	¿Qué cualidades puede nombrar de la forma?
	¿Qué tipo de forma es?

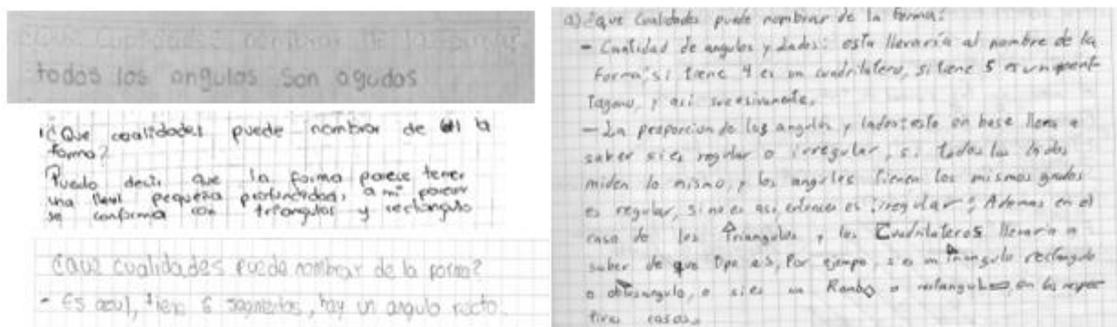
Fuente: Elaboración propia

Dentro de los resultados analizados se encuentra que el 70% de los estudiantes dieron respuesta a esta etapa, donde el 60% inclina sus respuestas en las características icónicas de la forma, en otras palabras, la forma se ve desde la entrada del botánico, y no trasciende a ninguna otra forma de ver, ya que las

descripciones dadas son del tipo: es azul, tiene 6 segmentos, hay un ángulo recto, el nombre se da por la cantidad de ángulos y lados (Figura 9); y un 10% argumenta adicionalmente que "a mi parecer se conforma con triángulos y rectángulos", lo que se categoriza desde una deconstrucción mereológica, ya que se hace un primer intento de deconstrucción.

Figura 9

Respuestas de Estudiantes Etapa 1



Una conclusión a partir de estas preguntas es que los estudiantes intentan designar a la forma empleando nombres o asociándola a polígonos conocidos, o simplemente no logran hacerlo a falta de una claridad en las categorías que generan en la noción inicial.

Figura 10

Preguntas sobre Superficie y Área de la Etapa 1 de la Situación Didáctica "Forma Entre Formas"

¿Qué entiende por superficie?	¿Qué entiende por área?
¿Cómo se puede medir la superficie de una forma?	¿Cómo se puede calcular el área de una forma?

Fuente: Elaboración propia

En las respuestas de las preguntas relacionadas con superficie y área, se evidencia que existe un obstáculo cognitivo, al momento de diferenciar las nociones de superficie y área, ya que el 50% de las respuestas se centran en la medida, y no se entiende a la superficie como cualidad que al cuantificarse encierra un área. El 20% expresa sus respuestas intentando estructurarlas con significados declarados como área de regiones, método exhaustivo para calcular áreas y problemas de áreas (González, 2020, p. 102) empleando representaciones en registro numérico, asociados al área de triángulos y rectángulos, para lo cual hacen deconstrucciones de la forma intentando describir su superficie como la suma de las áreas de las unidades figurales.

Etapa 2

Figura 11

Etapa 2 de la Situación Didáctica "Forma entre Formas"

Responde cada parte de la actividad, teniendo en cuenta las tres formas mostradas, "A, B y C" cada respuesta debe estar justificada, con los procedimientos, dibujos y descripciones necesarios.			
			
	FORMA A	FORMA B	FORMA C
¿De qué manera se puede medir la superficie?			
¿Cuál es área?			

Fuente: Elaboración propia

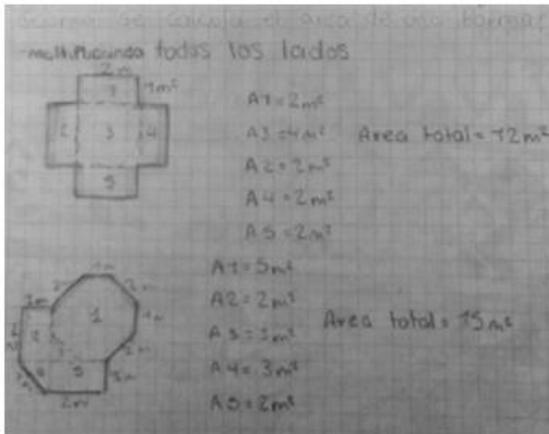
En la solución de la etapa 2 se encuentra que los estudiantes utilizan dos miradas asociadas a las deconstrucciones mereológicas heterogéneas, la yuxtaposición y la superposición. Se resalta que el 60% de los estudiantes utilizan un método

inductivo para determinar la superficie y área, al asignar un valor a los lados de la figura, es decir, las propiedades geométricas se movilizan empleando magnitudes, como se describe en la entrada del agrimensor.

Entre los resultados se evidencia que un 40% de los estudiantes emplea la yuxtaposición para interpretar la forma (como si se tratara de un rompecabezas) y luego calcula las áreas de cada pieza para posteriormente sumarlas (Figura 12).

Figura 12

Respuestas de un Estudiante Etapa 2, Deconstrucción por Yuxtaposición.



En cuanto a la superposición, un 10% la empleó como si se tratara de dos rectángulos que conforman una cruz, lo que generó un obstáculo al momento de diferenciar las zonas que se superponen, por lo tanto, el resultado del área se vio afectado al realizar la suma (Figura 13).

Figura 13

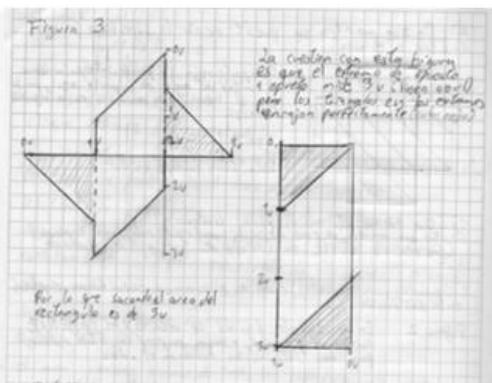
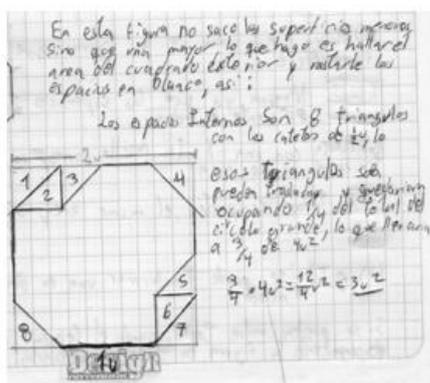
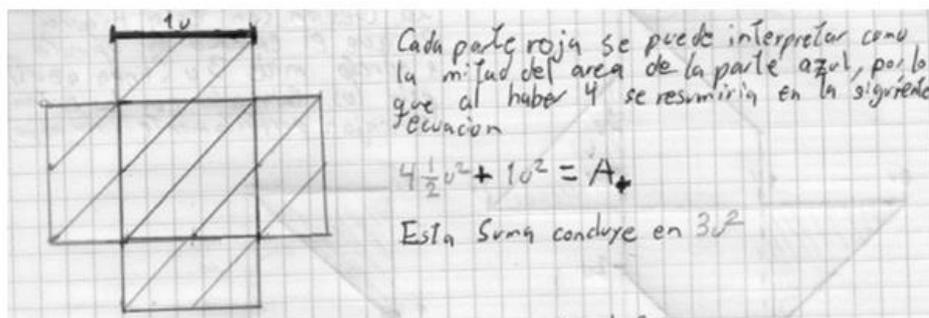
Respuestas de un Estudiante Etapa 2, Deconstrucción por Superposición.



Se destaca que un estudiante realizó un proceso deductivo en el que compone dos miradas; inicialmente deconstruye la forma A heterogéneamente, y luego, al reorganizar las unidades figurales, concluye que la forma está compuesta por tres cuadrados; en la forma B, se sitúa en la entrada clásica del inventor artesano, ya que emplea trazados auxiliares para generar un cuadrado que contiene a la forma B y posteriormente deconstruye los excesos de la forma para saber qué superficie restar, esta deconstrucción es de carácter heterogénea. En la forma C, emplea la deconstrucción para interpretar la forma como un rectángulo, dividiendo la forma C en dos triángulos congruentes y un paralelogramo; al rectángulo obtenido nuevamente lo divide de forma estrictamente homogénea, para concluir que el área es de 3 unidades cuadradas (Figura 14).

Figura 14

Respuestas de un Estudiante Etapa 2, Deconstrucciones



Etapa 3

Figura 15

Etapa 3 de la Situación Didáctica "Forma entre Formas"

Figura 15

Etapa 3 de la Situación Didáctica "Forma entre Formas"

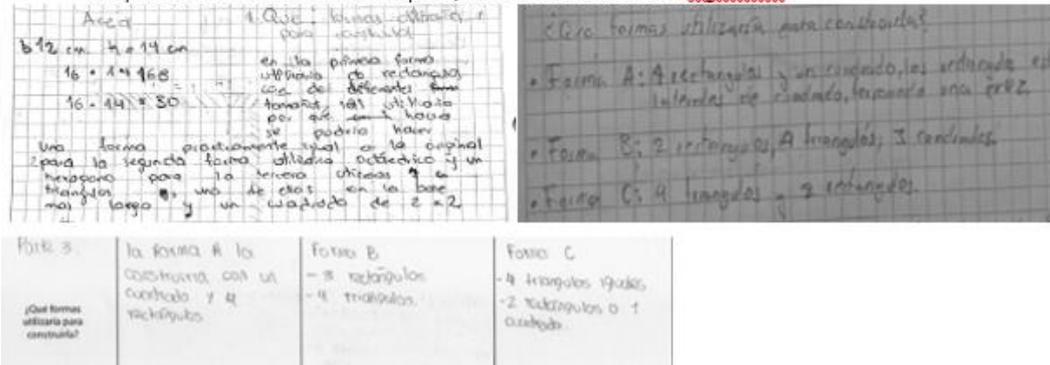
¿Qué formas utilizaría para construirla?			
¿De qué manera se puede medir la superficie de cada forma empleada en la construcción?			
¿Cuál es el área de cada forma empleada en la construcción?			

Fuente: Elaboración propia.

En las respuestas a la primera pregunta, se observa que el 70% de los estudiantes realizan un listado de formas heterogéneas (Figura 16), que componen a las formas iniciales; en la segunda pregunta se identifican representaciones en registros de tipo natural, numérico y figural icónico; de igual manera, se identifica el uso de dos significados evaluados como son área de una región y el método exhaustivo para calcular áreas (Figura 14).

Figura 16

Respuestas de Estudiantes Etapa 3, Listado de Unidades Figurales



En la tercera pregunta, se encuentra que las respuestas están enfocadas a la enunciación de ecuaciones para determinar el área de triángulos, cuadrados y rectángulos, sin determinar un valor. Se destaca que un estudiante utiliza un método inductivo por exhaustión, identificando una medida patrón (cuadrado) para expresar las medidas a partir de esta.

Etapa 4

Figura 17

Etapa 4 de la Situación Didáctica "Forma entre Formas"

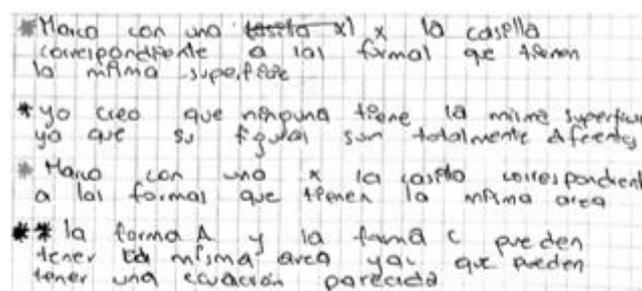
<p>Marca con una x la casilla correspondiente a las formas que tienen la misma superficie</p>			
<p>Marca con una x la casilla correspondiente a las formas que tienen la misma área</p>			

Fuente: Elaboración propia.

Se interpreta que, debido al obstáculo cognitivo presentado al diferenciar área y superficie, el 60% de los estudiantes no logran justificar qué formas tienen la misma superficie, sobresaliendo que los estudiantes desligan los procesos de medición efectuados en las etapas anteriores, razón por la cual no logran una conclusión que se daría desde la entrada del agrimensor (figura 18).

Figura 18

Respuestas de un Estudiante Etapa 4



* Marco con una casilla x la casilla correspondiente a las formas que tienen la misma superficie.

* Yo creo que ninguna tiene la misma superficie ya que sus figuras son totalmente diferentes.

* Marco con una x la casilla correspondiente a las formas que tienen la misma área.

** la forma A y la forma C pueden tener la misma área ya que pueden tener una ecuación parecida.

Las respuestas se centran en distinguir que, al no tener el mismo contorno, las formas no tienen áreas equivalentes; además, no evidencian que las unidades figurales empleadas en las deconstrucciones guardan una relación de área, argumentando que al no emplearse las mismas formas no hay razón para que tengan la misma área. Se exceptúa un estudiante que concluye la igualdad de áreas, debido a que desde el inicio de la actividad manifiesta la existencia de una unidad patrón, y configura el área de todas las formas empleadas en la deconstrucción como fracciones de este patrón.

Etapa 5

Figura 19

Etapa 5 de la Situación Didáctica "Forma Entre Formas"

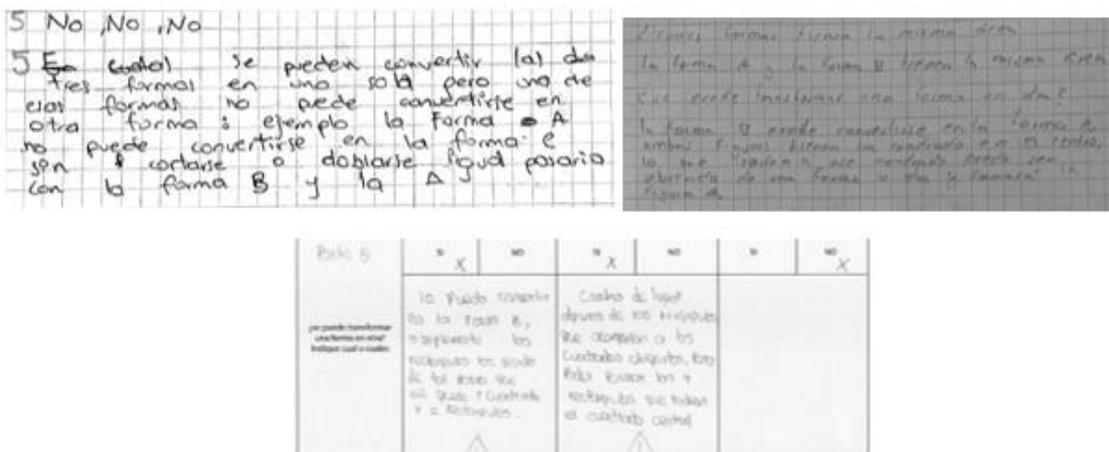
	SI	NO	SI	NO	SI	NO
¿se puede transformar una forma en otra? Indique cual o cuales						
Describe en la casilla correspondiente la manera en que se puede transformar una forma en las otras						

Fuente: Elaboración propia.

En esta etapa se visualiza que los estudiantes no logran procesos de objetivación, debido a que no son conscientes de que al responder afirmativamente la primera pregunta, realizan un proceso de reorganización de las unidades figurales que componen las formas iniciales; de igual manera es evidente que cuando responden negativamente a la primera pregunta se contradicen argumentando que las formas guardan una relación entre sí respecto al área pero con contornos diferentes, evidenciando que existe un conflicto al momento de comparar las unidades figurales (Figura 20).

Figura 20

Respuestas de Estudiantes Etapa 5



Conclusiones

Como consideraciones finales se concluye que a partir del planteamiento del problema y de la pregunta de investigación, se evidencia que los estudiantes constituyen representaciones internas que les permiten hacer deconstrucciones de formas, pero carecen de medios al momento de exteriorizarlas, ya que no logran articular registros de representación en lenguaje natural, numérico y figural icónico para dar cuenta de un proceso claro de uso de deconstrucciones. En cuanto a las entradas clásicas, es visible que las miradas varían en torno a las métricas de las figuras, en donde los estudiantes intentan asignar cantidades numéricas a las longitudes de los lados de las formas, para lograr movilizar algún proceso relacionado con el cálculo de áreas.

Se identifica que los estudiantes poseen intrínsecamente los significados de área y métodos exhaustivos para determinar el área de una forma, pero reducen el pensamiento geométrico a un pensamiento algebraico y numérico, al presentar obstáculos cognitivos de la superficie con el perímetro y no encuentran una relación visible con el área.

En el uso de trazados auxiliares referenciados en la entrada del inventor artesano, se evidencia que dicho uso de trazados es limitado, y que estos trazos quedan reducidos a una deconstrucción en unidades figurales al interior de las formas,

dejando de lado la posibilidad de completar contornos para un análisis por construcciones de excesos.

El uso de deconstrucciones estrictamente homogéneas es limitado, ya que para los estudiantes no es evidente que las formas se puedan dividir en unidades figurales de un solo tipo, además de no identificar un patrón de medición en las tres formas.

Por último, se recomienda el análisis a profundidad de actividades estructuradas en la resolución de problemas con miras a categorizar lo que sucede a nivel cognitivo.

Bibliografía

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée.

In Annales de didactique et de sciences cognitives (Vol. 5, No. 1, pp. 37-65).

Duval, R. (1993), Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del

pensamiento, en Investigaciones en Matemática Educativa II (Ed. Hitt), 173-201,

Université Louis Pasteur de Strasbourg, France; México: Grupo editorial Iberoamérica.

Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes

intelectuales (M. Vega, Trad.). Cali: Universidad del Valle.

Duval, R., y Sáenz-Ludlow, A. (2016). Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas

semióticas seleccionadas (pp. 1-264). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Gempeler, M. E. A., y Duval, R. (2010). Los cambios de mirada necesarios sobre las

figuras. *Tecné Episteme y Didaxis: TED*, (27).

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos

matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos

matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3): 325-355.

Godino, J. D., y Font, V. (2007). Algunos desarrollos de la teoría de los significados

sistémicos. URL: http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm.

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la

instrucción matemática. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39,

127-135.

Godino, J. D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción

matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Universidad de Granada.

Recuperado de: http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf.

González, D. F. (2020). Caracterización de la dimensión epistémica y cognitiva en el modelo

CDM del profesor para el objeto integral. Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica y

Tecnológica de Colombia. Tunja.

Macías, S. J. (2014). Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización

en el aprendizaje. *Igarss* 2014, 4(1), 1-5.

López, M. B., y Esteves, M. A. Z. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de

las figuras geométricas. *Campo Abierto. Revista de Educación*, 27(1), 55-71.

Parraguez, M., Rojas, J., y Vásquez, P. (2015). Situaciones a-didácticas para la enseñanza-

aprendizaje de estrategias de conteo utilizando la resolución de problema como medio.

Polya, G. (1965): *How to solve it*. Princenton University Press (Traducción: *Cómo plantear y*

resolver problemas, de Julián Zagazagoitia, Ed. Trillas. México)

Sánchez, C.H. (1994). *Los famosos problemas de construcción de la geometría griega y su*

historia en Colombia. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Schoenfeld, Alan. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition,

and sense-making in Mathematics. Handbook for Research on Mathematics Teaching and

Learning (D. Grouws, Ed.). p. 334-370, [en línea]. Recuperado el 31 de agosto de 2020

de:http://gse.berkeley.edu/faculty/AHSchoenfeld/LearningToThink/Learning_to_think_

Math.html

Triana, J., Guacaneme, E. A., Navarro, N., Orozco, J., Palomá, A., López, M., y Stepanian, V.

(2014). Experiencia de covariación a partir del recubrimiento de superficies.