



Congreso Internacional de Educaciones, Pedagogías y Didácticas

**Pedagogías críticas
latinoamericanas**

Tunja - Boyacá

2020

Del 6 al 9 de octubre

Experiencias de maestras y maestros

**EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS EN LA TEORÍA DE
LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS CON EL USO DEL SOFTWARE
GEOGEBRA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA**

Autores:

Antonio Peña, Jesús Adrián

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Correo electrónico: jesus.antonio@uptc.edu.co

Eje temático: Educación Matemática

Resumen: El siguiente escrito muestra los avances del trabajo de investigación que surgió como resultado de la experiencia respecto a la reflexión de la práctica docente, donde se reconoció que el concepto de los números complejos junto con las operaciones recibe un tratamiento netamente analítico, dejando de lado la importancia de las representaciones gráficas. Se pretende dar respuesta a la pregunta concreta: ¿Cómo comprenden los estudiantes el concepto de Número Complejos a partir de su representación gráfica, utilizando como herramienta fundamental un software educativo (GeoGebra)? y tomando como referente teórico la Teoría de las situaciones didácticas propuestas por Brousseau, ya que esta teoría propone un modelo para abordar la enseñanza de la matemática centrándose en los procesos de producción de los conocimientos, por medio de situaciones a-didácticas y didácticas, el tipo de investigación que se utiliza tiene un enfoque cualitativo, dado que se busca comprender los procesos que realizan los estudiantes frente a la estrategia de enseñanza utilizando un software junto con la implementación de las situaciones didácticas. El diseño metodológico que adopta este trabajo es la Ingeniería didáctica, desarrollada en las siguientes fases: la fase 1, corresponde al análisis preliminar; Fase 2 de concepción y

análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería; Fase 3 de experimentación y finalmente la fase 4 de análisis a posteriori y evaluación. En este sentido se muestran los avances realizados en las dos primeras fases correspondientes al estudio epistemológico del objeto matemático y el análisis a priori de una situación propuesta.

Palabras Clave: Números complejos, teoría de las situaciones didácticas, Software educativo.

Abstract: The following work shows the avances of the research work that emerged as a result of the experience regarding the reflection of the teaching practice, where it was recognized that the concept of the complex numbers together with the operations receives a purely analytical treatment, leaving aside the importance of the graphic representations. The aim is to answer the specific question: How do students understand the concept of complex numbers from their graphic representation, using educational software (GeoGebra) as a fundamental tool? and taking as a theoretical reference the Theory of Didactic Situations proposed by Brousseau, since this theory proposes a model to approach the teaching of mathematics focusing on the processes of production of knowledge, by means of a-didactic and didactic situations, the type of research used has a qualitative approach, since it seeks to understand the processes that students carry out in front of the teaching strategy using a software together with the implementation of the didactic situations. The methodological design that this work adopts is didactic engineering, developed in the following phases: phase 1, corresponds to the preliminary analysis; phase 2 of conception and a priori analysis of the didactic situations of engineering; phase 3 of experimentation and finally phase 4 of a posteriori analysis and evaluation. In this sense, the progress made in the first two phases corresponding to the epistemological study of the mathematical object and the a priori analysis of a proposed situation are shown.

Key Words: Complex numbers, Theory of Didactic Situations, educational software

Introducción

Según los Estándares de Competencia en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional [EBCM] (2006), los números complejos surgieron de la necesidad de resolver cierto tipo de ecuaciones algebraicas que no era posible solucionar con los números reales: esta conceptualización emergió con un nuevo número llamado "imaginario" que complementó los números reales y llevó a pensar en un sistema unificado de números llamados "complejos". Estos números tienen importancia ya que desarrollan nuevos tipos de representaciones y surge una extensión de las operaciones, la cual se puede comparar con las operaciones realizadas en los polinomios con coeficientes en el conjunto de los números reales.

Las nuevas representaciones y operaciones en los números complejos se pueden establecer de manera algebraica y geométrica, sin embargo las investigaciones han encontrado dificultades respecto a que los estudiantes no tienen construido un significado geométrico de número complejo (Randolph & Parraguez, 2019), además de las dificultades en cuanto a la búsqueda de estrategias para su enseñanza especialmente las relacionadas con el diseño de situaciones didácticas por los docentes, esto, sumado a la apatía y desinterés que manifiestan los estudiantes por el tema en algunas instituciones educativas.

Por tal motivo el presente trabajo se centra en el estudio y planificación de una propuesta de aprendizaje de los números complejos realizando énfasis en construir un significado geométrico en los estudiantes, el abordaje se presenta a partir de las concepciones que presentan los estudiantes y los docentes respecto al tema, además del estudio epistemológico del tema, donde se propone como objetivo: Implementar un análisis didáctico que lleve a favorecer la comprensión de los números complejos mediante la modelación de un conjunto de situaciones

didácticas con el software GeoGebra para los estudiantes de grado noveno, se pretende analizar como aprenden los estudiantes el concepto de Números Complejos a partir de su representación gráfica, utilizando como herramienta fundamental un software educativo (GeoGebra), buscando la (re)significación (Jiménez et, al, 2017) de la forma de enseñanza, pasando de la concepción tradicional a implementar un software como herramienta para la enseñanza; cambiando el paradigma de la estrategia centrada en la clase teórica y sin aplicación a que el estudiante sea quien construya su propio concepto.

Marco teórico

Las investigaciones en los números complejos han tenido auge en los últimos años, enfocándose principalmente en reconocer dificultades e inconsistencias conceptuales y algorítmicas, reconociendo las concepciones epistemológicas como lo afirman Pardo & Gómez (2005), Buhlea & Gómez (2007), además de como los estudiantes comprenden los números complejos, evidenciando que los estudiantes no tienen construido un significado geométrico concreto de los números complejos según lo indican Randolph & Parraguez,(2019), Distéfano et al. (2012)

Referentes teóricos

Para el desarrollo de esta investigación nos enfocamos en el eje temático: educación matemática, ya que el proyecto se centra en analizar el aprendizaje de los estudiantes de un tema de matemáticas, resaltando el desarrollo que ha tenido desde sus inicios, la importancia de vincular la tecnología en educación matemática; la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau fue elegida como el marco teórico de referencia, ya que esta teoría propone un modelo para abordar la enseñanza de la matemática centrándose en los procesos de producción de los conocimientos matemáticos.

La educación matemática como campo de estudio inicio a finales del siglo XIX y surgió de la necesidad de tener profesores mejor preparados, al inicio se desarrollaban conferencias en educación matemática para complementar la formación, pero con el paso de los años fue reconocida como un tema a nivel universitario, donde los profesores además de enseñar se dedicaron a realizar investigación, lo cual significó el inicio de la actividad investigativa en educación matemática (Kilpatrick et al., 1998). La educación matemática se puede entender como la comunicación de experiencias, habilidades, destrezas y valores propios de la actividad matemática, con el objetivo de formar seres humanos competentes con una mejor comprensión del mundo (Infante et al., 2010).

Según Kilpatrick (1998), la educación en matemáticas ha evolucionado hacia un mayor uso de aplicaciones y de tecnología, además de la investigación individual y en grupo; se ha notado el creciente interés hacia esta nueva metodología, ya que se utilizan como herramientas facilitadoras de adquisición del conocimiento en contraposición de la visión transmisora de un conocimiento.

Santos, (1995) afirma que aprender matemáticas está relacionado con que el educando desarrolle y construya ideas de la Matemática, ubica a esta disciplina como un cuerpo dinámico de conocimientos en constante crecimiento. En esta perspectiva el estudiante, al desarrollar matemáticas se involucra en las actividades propias de tal disciplina. "En este proceso, el estudiante recopila información, descubre o crea relaciones, discute sus ideas, plantea conjeturas, y constantemente evalúa y contrasta sus resultados"(p.4).

Para el desarrollo de este trabajo se definió como marco de referencia la Teoría de las situaciones didácticas propuestas por Brousseau (2007), quien sustenta su teoría en la concepción constructivista de Piaget, ya que considera que los estudiantes aprenden adaptándose a un medio factor de contradicciones y desequilibrios, como lo hace la humanidad, el saber fruto de la adaptación del alumno se manifiesta por las nuevas respuestas fruto de su aprendizaje.

Brousseau (2007) propone los siguientes conceptos que se deben tener en cuenta al trabajar las situaciones didácticas: un medio, el cual se relaciona con los materiales o elementos que el alumno es capaz de manipular sin cuestionar su naturaleza, además de todas las actividades de ayuda para el estudio como los libros, los cursos; la situación didáctica la que considera como el conjunto de interrelaciones establecidas entre profesor, estudiante y un medio didáctico, que establecen un conocimiento dado, en otras palabras se puede concebir como un sistema de interacciones de los estudiantes con los problemas que el profesor le ha propuesto (Brousseau, 2007). La Situación a-didáctica que corresponde al entorno que el enseñante ha diseñado y puede manipular como una herramienta para el aprendizaje de educando, en el cual se enfrenta a la resolución de un problema, en la cual experimenta situaciones como investigador, sin que el enseñante haga intervenciones relacionadas con lo que se pretende que el alumno aprenda.

Otro concepto importante corresponde a la Devolución, considerada como la fase de aprendizaje donde el enseñante responsabiliza al educando de la construcción de un conocimiento, pero no existe una fase de enseñanza, ya que no hay una intervención explícita del enseñante, este no puede intervenir y decir previamente cual es la respuesta exacta que espera del estudiante, sin embargo, existe un rol protagónico del docente en hacer que el estudiante acepte la responsabilidad de hacerse cargo del problema o de los ejercicios propuestos (Brousseau, 2007).

El Contrato didáctico Comprende el comportamiento que el profesor espera del educando y el conjunto de comportamientos que el educando espera del profesor, Cada uno, el maestro y el educando, se hacen una idea de lo que el otro espera de él , esta idea favorece la posibilidad de intervención de devolución de las situaciones y de la institucionalización (Brousseau, 2007).

Entre los tipos de interacciones con el medio se establecen: La situación acción, como el primer acercamiento del estudiante con la situación, consiste en que el estudiante trabaje individualmente con el problema, aplique sus conocimientos previos y tome decisiones para resolverlo después de tener una apreciación clara de la situación, estas interacciones iniciales le ayudarán a afirmar sus resultados o a corregirlos y mejorarlos hasta lograr el método correcto de resolución. La situación de formulación, privilegia la comunicación, ya que se favorece el intercambio de ideas, donde los estudiantes pueden compartir con sus compañeros las estrategias utilizadas para la solución del problema y los resultados obtenidos. La Situación de validación, donde se comparten conclusiones y enunciados, los estudiantes organizan la información obtenida, construyen teorías y aprenden como convencer a los demás acerca de que sus descubrimientos son los correctos. La situación de institucionalización, donde se formaliza el conocimiento matemático, a partir de los resultados obtenidos por los estudiantes y la vinculación con el saber cultural, en esta fase el docente ordena, recapitula y sistematiza los resultados de las diferentes fases.

Metodología

El trabajo presenta un enfoque de investigación cualitativo, debido a que se centra en la comprensión de la forma en la cual los estudiantes comprenden el concepto de números complejos, con un diseño de carácter descriptivo y se tiene como objetivo: Implementar un análisis didáctico que lleve a favorecer la comprensión de los números complejos mediante la modelación de un conjunto de situaciones didácticas con el software GeoGebra para los estudiantes de grado noveno.

Por otro lado, el trabajo sigue la línea de investigación documental, ya que en el desarrollo de la investigación se requiere la búsqueda y análisis profundo de documentos ya existentes en relación con el tema (Cortés & García, 2003).

El diseño de investigación que se van a utilizar corresponde a las fases de la ingeniería didáctica. La fase 1, corresponde a la fase de análisis preliminar, la fase 2, de concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería, la fase 3 de experimentación y finalmente la fase 4 de análisis a posteriori y evaluación.

La ingeniería didáctica será utilizada como metodología de investigación, ya que al ser un esquema experimental que se basa en trabajos didácticos realizados en el aula, analiza los procesos de construcción, acción, realización y análisis.

Respecto al diseño del trabajo de investigación se presentan los avances realizados en las dos primeras fases de la metodología de la ingeniería didáctica. Las fases para el estudio comprenden:

Fase 1 Análisis preliminar, se realiza el estudio epistemológico e histórico relacionados con los números complejos, de igual forma se realiza un análisis curricular el cual comprende el estudio de los contenidos contemplados en la enseñanza, el análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos, los lineamientos, estándares de competencias matemáticas y derechos básicos de aprendizaje, todos los componentes encaminados al cumplimiento de los objetivos específicos:

OB1. Caracterizar las dificultades de los estudiantes con el objeto de los números complejos.

OB2. Identificar las estrategias que se utilizan para la enseñanza de los números Complejos con estudiantes de bachillerato.

OB3. Reconstruir el estudio histórico- epistemológico del objeto números complejos.

Para dar solución a este objetivo específico, se realizó el siguiente estudio, donde se muestra de manera general la génesis y el desarrollo del conjunto de los números complejos.

Fase 2. Concepción y el análisis a priori, comprende una parte descriptiva y una parte predictiva y se centra en una situación a didáctica que se ha diseñado para y que se va a llevar a los estudiantes; El profesor esta poco presente en el análisis a priori y se considera en esencia por sus relaciones de devolución e institucionalización. En esta fase se da cumplimiento al objetivo específico:

OB4. Diseñar un análisis didáctico que parta de los diversos tipos de situaciones didácticas, según la propuesta de Brousseau y usa como medio de interacción el software GeoGebra para la enseñanza de los números complejos (Análisis didáctico a priori).

Fase 3 Experimentación, se realiza la implementación del análisis didáctico. Dando cumplimiento al objetivo específico:

OB5. Implementar el análisis didáctico que parte de los diversos tipos de situaciones didácticas, según la propuesta de Brousseau y usa como medio de interacción el software GeoGebra para la enseñanza de los números complejos (Análisis didáctico a posteriori).

Fase 4. Análisis a posteriori y evaluación

Esta fase se basa en el conjunto de datos recogidos durante la experimentación, las secuencias y en general las variables que se utilizaron en el desarrollo del proyecto como lo son entrevistas, encuestas, cuestionarios, y en la confrontación de los análisis a priori y a posteriori, ya que es ahí donde se fundamenta la validación de las hipótesis formuladas durante la investigación. En esta fase se da cumplimiento al objetivo específico:

OB6. Analizar el aporte del análisis didáctico, la resolución de problemas y la Teoría de las Situaciones didácticas en el aprendizaje de los Números Complejos por los estudiantes de grado noveno.

Desarrollo

En el análisis preliminar de la investigación se está realizando el estudio epistemológico e histórico relacionado con los números complejos y en el análisis a priori el planteamiento de las situaciones, junto con su respectivo análisis en las teorías constructivistas y los lineamientos curriculares.

Resultados en la fase 1 de Análisis preliminares

Como primer resultado resumimos el Análisis epistemológico e histórico para los números complejos. Un primer inicio corresponde al resolver ecuaciones cúbicas donde no se encontraba una fórmula por radicales como en el caso de la ecuación de segundo grado, sino que se trabajaba con métodos particulares para cada tipo de ecuación cúbica, hasta que según Boyer (1968) en el renacimiento, Jerónimo Cardano publicó en 1545 el: *Ars magna* donde basado en las sugerencias de Niccolo Tartaglia, planteó la solución de las cúbicas y el descubrimiento del método de solución para la ecuación cuártica de Ludovico Ferrari, con esta publicación se consideró 1545 como el año del inicio del periodo moderno en la matemática, ya que fue de gran impacto para los algebristas por su contenido. El *Ars magna*, mostraba con detalle todos los casos posibles para resolver la cúbica, uno de los posibles casos de solución era la raíz cuadrada de un número negativo, si bien Cardano ya tenía conocimientos previos sobre esta posible solución, la consideraba tan "*sutil como inútil*" (Boyer, 1968, p. 365), sin embargo es de resaltar la especial atención que le prestó al resolver esas actividades consideradas hasta ese momento desconcertantes. Al resolver ecuaciones cúbicas una de las primeras consideraciones significativas de la época fue que las raíces cuadradas de números negativos, conducían a un nuevo tipo de número, ya que al notar que siempre que las tres raíces de una ecuación fueran reales y no nulas, el resultado siempre conducía a raíces cuadradas de números negativos (Boyer, 1968). Los matemáticos de la época buscaban su solución en los reales, sin embargo no se veía como alcanzarla, ni entender el comportamiento del nuevo tipo de números; los que ahora conocemos como imaginarios.

Muchos matemáticos se interesaron por estudiar estos resultados contraintuitivos, a fin que Bombelli (1526-1573), en el año 1572, introdujo la notación para $\sqrt{-1}$ y estableció reglas para calcular en los números complejos, estos resultados eran tan difíciles de entender que en 1629 Girard consideró esas soluciones como imposibles (Merino, 2006). Luego Descartes (1596-1650) los llamó números imaginarios, y después de él muchos matemáticos se interesaron por el estudio de estos números, entre quienes se encuentran Bernoulli (1654–1705), Euler (1707-1783), Moivre (1667-1754), Argand(1768-1822), Gauss(1777-1855) quien finalmente les dio el nombre de números complejos (Merino, 2006).

Resultados en la fase 2 de Concepción y el análisis a priori, donde se cumple el objetivo:

Diseñar un análisis didáctico que parta de los diversos tipos de situaciones didácticas, según la propuesta de Brousseau y usa como medio de interacción el software GeoGebra para la enseñanza de los números complejos (Análisis didáctico a priori).

Respecto al modelo constructivista Waldegg, (1998) plantea que todas las teorías constructivistas son ante todo teorías epistemológicas, que “nos proveen de una explicación de cómo se produce el conocimiento y de cuáles son las condiciones para que esta producción tenga lugar”(p.16), además hace énfasis en que existen varias corrientes epistemológicas que reclaman el apelativo de constructivistas y como han tenido una fuerte influencia en educación matemática en todo el mundo, vale la pena rescatar lo que tienen en común para precisar los componentes que conforman los procesos educativos de las matemáticas.

En cuanto al diseño de la actividad 1 se pretende que a partir de la definición de unidad imaginaria, los estudiantes de grado noveno construyan las unidades fundamentales y lleguen a la generalización.

Estándar: Reconoce los números complejos como raíces no reales de una función cuadrática, y desarrolla y comprende sus propiedades.

Tema: Números complejos

Subtema: Estudio de la unidad imaginaria

Conceptos:

$$\text{Si } i^1 = i, i^2 = -1$$

Partiendo de la definición de unidad imaginaria $i^1 = \sqrt{-1}$

Situación problema 1: Potencias de la unidad imaginaria

Actividad 1.

I. Contesta las siguientes preguntas

- Cuál es el valor de i^3
- Cuál es el valor de i^4
- Cuál es el valor de i^5, i^6, i^8
- Encuentra algo en común entre el resultado de las potencias?
- Cuál es el valor de i^{11}, i^{23}, i^{42}
- Describe la forma como se relacionan las potencias.
- Ahora prueba con i^{85}, i^{123}, i^{520} .

II. ORGANIZA LAS POTENCIAS

Escribe las potencias obtenidas de la siguiente forma:

i^1	i^2	i^3	i^4
i^5	i^6	i^7	...
...
...

- En que fila se encuentra la potencia i^{18}
- En que columna se encuentra la potencia i^{27}
- En que fila y en que columna se encuentra la potencia i^{35}
- Ahora trata de determinar la fila y la columna de $i^{85}, i^{123}, i^{520}, i^{1251}$

III. GENERALIZACIÓN.

- Escribe en una tabla los resultados obtenidos.
- Organiza la información y escríbela en una tabla.
- Escribe los resultados que encuentre
- ¿Existe una forma para encontrar el resultado de cualquier potencia? ¿cuál?

Para el desarrollo de la actividad se pretendía que el estudiante leyera cuidadosamente cada uno de los enunciados y tratara de resolverlos mentalmente antes de hacerlo manualmente, con esto se busca que a través de los conceptos previos de potenciación, pueda realizar las construcciones que posteriormente realizará en la hoja donde está propuesta la actividad, y así pueda validar o refutar sus ideas, y de ser necesario, llegar a una generalización, es importante que los conocimientos acerca de la potenciación y los conceptos previos de los números complejos como es el de la identidad fundamental sean claros, ya que son la base fundamental para el desarrollo de la actividad. En esta primera etapa es importante que el estudiante encuentre el patrón o la generalización que siguen las potencias y pueda identificar las fundamentales.

Para la segunda parte que consiste en organizar las potencias de acuerdo a los descubrimientos en la primera etapa, se busca que el estudiante pueda hallar una generalización donde encuentre el valor de cualquier potencia de i sin importar el tamaño de la misma.

En relación con las teorías de aprendizaje, Según lo propuesto por Piaget, el conocimiento pasaría de un estado a otro de equilibrio a través de un desequilibrio de transición, en el cual las relaciones anteriores entran en contradicción con el estado anterior por la consideración de relaciones nuevas, o por las tentativas de una nueva.

A través de la hipótesis acerca de que el aprendizaje se apoya en la acción, en el desarrollo de la actividad se emplea, ya que entendiendo la acción como un proceso donde se coloque en juego el realizar construcciones mentales y manuales, además de manifestarse como decisiones anticipadas a los resultados, por ejemplo cuando a partir de las potencias fundamentales, se realicen los primeros resultados se puede anticipar una construcción mental rápida de la existencia de una fórmula general que pueda determinar cualquier potencia.

En este mismo sentido, la adquisición, organización e integración de los conocimientos del estudiante pasan por estados de equilibrio y desequilibrio, ya que en ocasiones los conocimientos anteriores se colocan en duda, en este caso hago énfasis en los conceptos de potenciación, en este caso refiriéndome al producto de potencias de igual base, ya que el estudiante puede colocar en duda los conocimientos previos a partir de los obtenidos, además de al creer tener las expresiones que nos lleven a generalizar, puede suceder que se crea tener la expresión, pero al realizar la prueba no resulte útil.

Cuando el estudiante se familiarice con la actividad, seguramente reorganice sus ideas y así integra los nuevos, esto apoyado en los procesos de asimilación y acomodación, donde el estudiante las reconoce en contra de los conceptos previos. Finalmente teniendo en cuenta que en la teoría de las situaciones didácticas se realiza trabajo en grupo, donde las dudas que se generen entre los miembros del grupo, pueden facilitar la adquisición de los conocimientos.

Por último, la adaptación al medio se puede dar cuando el estudiante se apropie de la actividad para resolverla, en general eso hace que se encuentre con dificultades que podrían ser considerados como los desequilibrios y finalmente respuestas o caminos que nos regresen al estado de equilibrio. De esta manera, se muestra como en la actividad propuesta, el estudiante interactúa con las teorías de aprendizaje constructivistas.

¿Qué actividad matemática genera el estudiante en el desarrollo de esa secuencia de enseñanza?

El primer encuentro que tienen los estudiantes en el desarrollo de la actividad, es el proceso de abstracción que debe tener a lo largo de ella, al leer y entender los resultados, para así comprender el proceso que se debe realizar y específicamente entender lo que se pide desarrollar en la actividad.

Luego trazar o determinar estrategias para resolverlas, es decir las estrategias de resolución, donde puede ser realizar una tabla, un dibujo, para organizar los datos, y así encontrar un posible relación respecto a lo que se pide, o estrategia de resolución, cuando estas estrategias no funcionan, se hace necesario buscar una nueva.

La generalización corresponde a un punto importante en el desarrollo de la actividad matemática ya que es ahí donde se concluye respecto a los elementos vistos previamente, en este caso se busca que el estudiante encuentre la expresión general que sirva para determinar el valor de cualquier potencia de i .

Contextualización de la secuencia de enseñanza bajo los lineamientos curriculares MEN 1998 de matemáticas.

Según los lineamientos curriculares, el contexto de situación problema fue un contexto de matemáticas, ya que en ninguna otra asignatura se interrogan situaciones cotidianas.

Los procesos que se desarrollan son los siguientes:

Formulación, tratamiento y resolución de problemas ya que desarrolla una actividad mental perseverante y promueve desarrollar una serie de estrategias para resolverla, se deben encontrar los resultados, verificarlos e interpretar lo razonables que resulten. La modelación se desarrolla al realizar los esquemas para la solución de las potencias y en las construcciones de tablas, es importante resaltar que en el transcurso de la actividad se pueden emplear modelos mentales los cuales pueden llevar a obtener una respuesta más rápida. La Comunicación se ve reflejada en la utilización de lenguaje matemático ya que lleva a la discusión sobre el sentido de las simbolizaciones en las generalizaciones. El razonamiento se ve reflejado al organizar las ideas en la mente para llegar a una conclusión, en el desarrollo de la actividad el estudiante deberá formular hipótesis, realizar conjeturas, predicciones partiendo de los conceptos conocidos, en este caso la

potenciación. Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos, se lleva a cabo cuando se razone y se comunique matemáticamente, se realicen cálculos correctos y se sigan instrucciones para resolver la actividad.

Pensamientos presentes en la actividad:

Pensamiento numérico y sistemas numéricos se evidencia al organizar las cantidades de acuerdo a la potencia, en general hacer uso y comparaciones con las operaciones aritméticas, principalmente la potenciación, además de querer expresar los resultados de manera ordenada, el pensamiento espacial y sistemas geométricos se puede notar en las representaciones que se pueden hacer por medio de círculos, tablas, dando un espacio al pensamiento desde la geometría activa, el pensamiento métrico y sistemas de medida en la asignación de un patrón de medida para la elaboración de las tablas ya que se realiza cada casilla correspondiente a una fila y a una columna del mismo valor, conservando magnitudes y distancias, el pensamiento aleatorio y sistemas de datos al organizar los datos de acuerdo a las condiciones dadas, para posteriormente observar un patrón y finalmente una generalización y el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos al realizar las operaciones algebraicas, organizar los datos y hallar una generalización.

Conclusiones

Se deben analizar los posibles resultados contraintuitivos que pueden tener los estudiantes al introducir los números complejos, y el papel que puede jugar la intuición.

En la situación propuesta se realiza actividad matemática ya que el estudiante en todo momento está interviniendo tanto individualmente como en forma grupal, donde en un inicio se formulan procesos para su solución y posteriormente para su generalización, se construyen modelos, se trabajan conceptos y se ponen a prueba teorías, además de finalmente intercambiar los resultados con los demás.

Se hace evidente el gran aporte que genera la teoría de las situaciones didácticas al ayudar a que el estudiante sea quien construya su propio conocimiento, ya que en cada una de las etapas busca que el estudiante entre en constantes equilibrios y desequilibrios, relacionándolo con las teorías constructivistas.

Aun no se ha utilizado el GeoGebra, ya que las actividades propuestas por el software están en etapa de modelación.

Los trabajos previos se han enfocado principalmente en reconocer dificultades e inconsistencias conceptuales y algorítmicas, reconociendo las concepciones epistemológicas y respecto a que los estudiantes no tienen construido un significado geométrico de número complejo.

Bibliografía

Artigue-M.; Douady, R. Gómez, P. (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática. Grupo editorial Iberoamérica . pp 33-59.

Boyer, C. B. (1968). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Editorial.

Buhlea, C., & Gómez, B. (2007). La enseñanza y el aprendizaje de los números complejos. Un estudio comparativo España-Rumanía. *Indivisa: Boletín de Estudios e Investigación*, 9, 15–22.

Distéfano, M. L., Aznar, M. A., & David, M. (2012). Errores asociados a la representación geométrica-vectorial de números complejos: un análisis ontosemiótico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 30(2009), 61–80.

Estándares básicos de competencias en matemáticas [EBCM]. Ministerio de Educación Nacional, (2006). Publicación ISBN N 958-691-290-6. Colombia: El ministerio.

Infante, P., Quintero, H., & Logreira, C. (2010). Revista El electrónica de Estudios Telemáticos. *Revista El Electrónica de Estudios Telemáticos*, 9(1), 33–46.

Jiménez Espinosa, A., & Riscanevo Espitia, L. (2017). LA EXPERIENCIA Y EL APRENDIZAJE DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS DESDE LA PERSPECTIVA DE LA PRÁCTICA SOCIAL. *Praxis & Saber*, 8(18), 203–232.

Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (1998). *EDUCACIÓN MATEMÁTICA Errores y dificultades de los estudiantes Resolución de problemas Evaluación Historia*.

Lineamientos curriculares en Matemáticas [LCM]. Ministerio de Educación Nacional, (1998). Publicación ISBN/ISSN/DL N 958-691-067-9. Colombia: El ministerio

Merino, O. (2006). *A Short History of Complex Numbers*, University of Rhode Island.

Pardo Salcedo, T., & Gómez Alfonso, B. (2005). La enseñanza y el aprendizaje de los números complejos. Un estudio en el nivel universitario Tomás. *Sociedad Española de Investigación En Educación Matemática, SEIEM.*, 0(0), 251–260.

Randolph, V. N., & Parraguez, M. C. (2019). Comprensión del Sistema de los Números Complejos: Un Estudio de Caso a Nivel Escolar y Universitario. *Formación Universitaria*, 12(6), 57–82.

Rico, L. (1990.). *Diseño curricular en Educación Matemática: elementos y evaluación*. Obtenido de Teoría y práctica en educación: En Llinares S. y Sánchez M. V. (Eds.)

Santos, M. (1995). ¿Qué Significa el Aprender Matemáticas? Una Experiencia con Estudiantes de Cálculo. *EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, 7(1), 46–62.

Waldegg, G. (1998). Principios constructivistas para la educación matemática. *Revista EMA*, 4(1), 16–31.